

పి.కె. శ్రీనివాసన్ సహాయంతో
ఎన్.సి.ఇ.ఆర్.టి. రూపొందించినది

ప్రాథమిక పాఠశాలలకు
గణిత బోధనోపకరణాల
మార్గదర్శిని



ప్రచురణ

బాలసాహితీ

**ప్రాథమిక పాఠశాలలకు
గణిత బోధనోపకరణాల
మార్గదర్శిని**

పి.కె. శ్రీనివాసన్ సహాయంతో
ఎన్.సి.ఇ.ఆర్.టి. రూపొందించినది

అనువాదం : అంబక బెలసుబ్రహ్మణ్యన్



బాలసాహిత్య

ప్రచురణ కర్త :

బాలసాహితి బుక్ ట్రస్ట్, 2-1-1/5, నల్లకుంట, హైదరాబాద్ - 500 044.

ప్రచురణ సంఖ్య : 24

మొదటి ముద్రణ : ఏప్రిల్ '97.

ప్రతుల సంఖ్య : 1000.

English Title :

Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools.

వెల : రూ. 45/-

ప్రతులకు :

దిశ పుస్తక కేంద్రం,

1-8-540/2, ,

చిక్కడపల్లి,

హైదరాబాద్ - 500020.

ముద్రణ :

చరిత గ్రాఫిక్స్, ఆఫ్సెట్ ప్రింటర్స్, 1-8-540/2, చిక్కడపల్లి, హైదరాబాద్-20.

కంపోజింగ్ :

వికాస్ గ్రాఫిక్స్, HIG(OG), Block No. 3, Shop No. 18, మందరయ్య పార్కు, ఎదురుగా, బాగిలింగంపల్లి, హైదరాబాద్ - 44.

విషయసూచిక

		పేజీ నం.
	ముందుమాట	i
	పరిచయం	iii
యూనిట్ I	గణితంలో నేర్చుకునే ప్రక్రియను అనుభవాలతో ముడిపడేలా చేయటానికి కావలసిన వనరులు	1
యూనిట్ II	సంఖ్యలను తెలుసుకొని, వాటి గురించి అవగాహన ఏర్పరచుకోవటం	3
యూనిట్ III	పూర్ణాంకాలతో ప్రయోగాలు	20
యూనిట్ IV	సంఖ్యల రకాలు, వాటి గుణాలు	54
యూనిట్ V	భాజక నియమాలు, వాటి మూలం	64
యూనిట్ VI	పూర్ణం నుండి అంశానికి, అంశం నుండి పూర్ణానికి	69
యూనిట్ VII	ఆచరణాత్మక పని ద్వారా వివిధ భావనల అవగాహన	112
యూనిట్ VIII	ఆకారాలు, సంఖ్య	120
యూనిట్ IX	కొలతల నుండి క్షేత్రమితి వరకు పారిభాషిక పదజాలం	140
		159

ముందుమాట

భూత, భవిష్యత్, వర్తమానాలలో జరిగే సంఘటనలను ఒక నిర్దుష్టమైన పద్ధతిలో పొందు పరిచి వాటిలోని లాభసాటి పలితాలను అనుభవించాలి అంటే “గణితం” యొక్క సహాయం ఎంతైనా అవసరమని మన ఆందరికీ తెలిసిందే. నిత్య జీవితంలోనే కాక, భవిష్యత్తులో కూడా సుఖపడాలన్న మానవ తాపత్రయానికి పునాది వేస్తుంది శాస్త్రం. అటువంటి గణిత శాస్త్ర విషయాలను బచ్చికంగా నేర్చుకోవాలనే ఆశక్తి చాలా మందిలో ఉండదు. అందుకని మన పాఠశాలల్లో గణితాన్ని నిర్బంధితంగానే బోధించటం ఆనవాయితీ. ఎందుకని ఇట్లా జరుగుతున్నదని పరిశీలిస్తే మన పాఠ్యాంశాలలోనూ, బోధనా పద్ధతులలోనూ ఏవో కొన్ని లోపాలు, ముఖ్యంగా చిన్న పిల్లల మనస్తత్వ రీతులకు విభిన్నంగా ఉన్నవి తప్పక కనిపిస్తాయి. గణితం అంటే ఒక ఆట, అది ఆడుతుంటే ఆనందంగా ఉంటుంది అన్న భావన లేత మనస్సుల్లో కలిగిస్తే రాను రాను ఆ శాస్త్రంలో ఉన్న విశిష్టతను వారే గుర్తించగలరు.

జాతీయ విద్యా పరిశోధనా, శిక్షణా సంస్థ (ఎన్.సి.ఇ.ఆర్.టి.) ఈ సూక్ష్మాన్ని గ్రహించి ప్రాథమిక స్థాయిలోని విద్యార్థులకు ఆట విడుపులో గణితాన్ని బోధించాలని తలపెట్టి ఉపాధ్యాయులకు ఉపయోగకరంగా ఉండే ఒక మార్గదర్శిని రూపొందింప చేసింది. అది ఆంగ్ల భాషలో ఉండేసరికి ప్రాథమిక విద్య బోధనా భాష అయిన తెలుగు మాధ్యమంలో చదువుకునే ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులకు ఎక్కువ ఉపయుక్తం కాలేదు. అందుకని శ్రీ.పి.కె. శ్రీనివాసన్ గారి సహకారంతో ఇంగ్లీషులో రూపొందించిన ప్రాథమిక పాఠశాలలకు గణిత బోధనోపకరణాల మార్గదర్శిని శ్రీమతి అంబిక బాలసుబ్రహ్మణ్యన్ గారు తెలుగులోకి చాలా చక్కగా అనువదించారు.

తొమ్మిది భాగాలుగా విభజింపబడిన ఈ పుస్తకంలో, మధ్యలో ఎక్కడ కావాలంటే అక్కడ అది ఏ విభాగానికి చెందినదో తెలుసుకునేందుకు వీలుగా అంకికరణ (చాప్టర్ షేప్) చేశారు. పనికి రానటువంటి అగ్లిపుల్లలు, చీపురు పుల్లలు, సీసా మూతలు, వార్తా పత్రికలు, దారం, పనికిరాని దబ్బాలు; ఒకటేమిటి ఈ విధమైన ఎన్నో తుక్కు సామాన్ల నుండి బోధనోపకరణాలను సాక్షాత్కరింప చేసుకోగలమని ఈ పుస్తకంలో నిరూపించారు. ఉపాధ్యాయులు ఉపయోగించే ఉపకరణాలు పాఠశాల అలమరల్లోనే ఉంటాయి, అందుకని వాటికి ప్రత్యామ్నాయంగా పిల్లలు స్వేచ్ఛగా ఉపయోగించుకోవటానికని, బోధనోపకరణాలను వీలయినంత అందుబాటులో అందరికీ దొరికే సామగ్రిని ప్రస్తావిస్తూ అద్భుతమైన బోధనోపకరణ సమగ్ర సంచికాన్ని రచయితలు అందచేశారు.

ప్రస్తుత పరిస్థితులలో అతి ముఖ్యంగా ప్రస్తావించబడే క్రియాత్మక బోధనా పద్ధతికి అనుగుణ్యంగా కావలసిన ఉపకరణాలను గురించి అధికారయుతంగా తెలియచేయబడింది. వీటిని గూర్చి ఉపాధ్యాయులకు తెలిసినా అవి తయారు చేసేటపుడు కలిగే కొన్ని సందేహాలను తమంతట తామే నివృత్తి చేసుకోగల ఆదర్శం ఈ చిన్న పుస్తకంలో కనిపిస్తుంది. గణిత శాస్త్రంలోని ప్రతి భావన చక్కటి ఉదాహరణలతో సోపానయుక్తంగా ప్రవేశపెడుతూ ఆయా ఉదాహరణలలో ఇమిడి ఉన్న ఉద్దేశాలనూ, అవి వర్తింప చేయడానికి కావలసిన ముడి పదార్థాలనూ, సక్రమమైన తయారు చేయు పద్ధతులనూ, మొదలైన వాటన్నిటిని సులభశైలిలో స్వయం పఠనా పద్ధతుల కనుకూలంగా ఈ పుస్తకాన్ని రచించారు.

పైన తెలిపిన విషయాల దృష్ట్యా ఈ పుస్తకం ప్రాథమిక పాఠశాలలకు గణిత బోధన ఉపకరణాలను గురించి ఎటువంటి సందేహాలకు తావివ్వకుండా అత్యంత పమర్థంగా అన్ని విషయాలను కూలంకషంగా విశదీకరించిందని నా అభిప్రాయం. ఇటువంటి పుస్తకాలు ఇంకా ఎన్నో ప్రాథమిక పాఠశాలలకు పయుక్తంగా ఉండేటట్లు రచించబడాలని ఆశిస్తూ, ఈ ప్రయత్నానికి 'బాలసాహితీ'ని అభినందిస్తూ, అందరు ఉపాధ్యాయులు తద్వారా లబ్ధిని పొందాలని కోరుతూ,

హైదరాబాదు
1/1/1997.

ప్రాఫెసర్ శ్రీరామమూర్తి
డీన్, ఎడ్యుకేషన్.
ఉస్మానియా విశ్వవిద్యాలయం.

పరిచయం

బోధనోపకరణాలు ఎందుకు?

“పిల్లల కళ్ళల్లో మెరుపు చూసేటందుకు”

పిల్లలకు సిద్ధాంతాల అవగాహన ఏర్పడేలా అనువైన పరిస్థితులు తయారుచేయటానికి లెక్కల ఉపాధ్యాయులు ఎంతో శ్రమించాల్సి ఉంటుంది. పిల్లలను నేర్చుకునే అనుభవాలకు గురిచేయకుండా ఊరికే చెప్పుకుంటూ పోతే నేర్చుకునే ప్రక్రియ చిన్నాభిన్నమవుతుంది. అనుకరణ, చేసిందే మళ్ళీ మళ్ళీ చేయడం వంటివి ద్వారా కొన్ని నైపుణ్యాలను నేర్చుకోవటంలో పిల్లలకు శిక్షణనివ్వటం ఇప్పటికీ అమోదవీయంగా ఉంటోంది. అప్పచెప్పటం, చదవటం, రాయటం వంటివి అనేకసార్లు చేయడం ద్వారా నైపుణ్యం అలవడుతుంది -- ఈ విధమైన చర్యల వల్ల నేర్చుకోవటం పరాధీనమవుతుంది. చిన్న పిల్లల స్వభావానికి ఇది విరుద్ధమైనప్పటికీ నర్సరీలో కూడా ఇదే విధానాన్ని అనుసరిస్తున్నారు. దీని ప్రయోజనాలు అల్పకాలికం -- దీనివల్ల లెక్కల్లో అభిరుచిగానీ, అవగాహన గానీ కలగవు.

అభిప్రాయాలు ఏర్పరచుకోవటానికి, అవగాహనలకు తమంతట తాము చేరుకోవటానికి పిల్లలకు అనువైన పరిస్థితులను సృష్టించటం వల్ల ఆత్మ విశ్వాసంతోనూ తమ సొంత చొరవతోనూ నేర్చుకోవటానికి పురికొల్పితే దీర్ఘకాలిక ప్రయోజనాలుంటాయని ప్రపంచవ్యాప్తంగా జరిగిన అనేక పరిశోధనల ఫలితాలు వెల్లడిచేస్తున్నాయి.

గణిత సిద్ధాంతాల అవగాహన సంక్లిష్టతలు క్రమేపీ పెరుగుతుంటాయి. పిల్లలు పరివక్ష్యత, సామర్థ్యం బట్టి పోతేనే ఇవి వాళ్ళకి అర్థమవుతాయి. అనేక పాఠ్య విషయాలలో సంబంధమున్నది కాబట్టి గణితానికి ప్రాథమిక, నర్సరీ స్థాయిలలో ఇచ్చే ప్రాముఖ్యత ఎంతో కీలకమైనది. ఒక అంశాన్ని పరిశీలించి అది సిద్ధాంతాలను అనుభవపూర్వకం చేసే సామర్థ్యం కలిగి ఉంటేనే పాఠ్య ప్రణాళికలో చేర్చవలసిన సమయం ఆసన్నమయ్యింది.

పిల్లలకు తమ చుట్టూ ఉన్న వాస్తవ ప్రపంచం అద్భుతంగా కనిపిస్తుంది. కాబట్టి పుట్టినప్పటి నించీ దానిని పరిశోధించటంలో నిమగ్నమై ఉంటారు. అనంత గందరగోళంగా అనిపించే ఈ ప్రపంచంలో అర్థం, క్రమం కోసం అన్వేషిస్తుంటారు. ఈ ప్రయత్నంలో సహజబుద్ధి, జ్ఞానాలు వారికి సహకరిస్తాయి. ఈ పరిశోధనలో పిల్లలకు సహకరించేది పోయి పరీక్షలలో ఉత్తీర్ణులు చెయ్యాలనే ఉద్దేశంతో వాస్తవ పరిస్థితులకు సంబంధంలేని నేర్పుకోటాన్ని ప్రోత్సహిస్తూ, తొందరపడి మాటలనూ, సూత్రాలను పరిచయం చేస్తూ పిల్లలకూ వాస్తవానికి మధ్య టీచర్లు అవరోధంగా నిలుస్తున్నారు. ఫలితంగా పిల్లల దృష్టి సంకుచితమై, అవరోధాలు ఏర్పడి వాస్తవాన్ని అర్థం చేసుకోవటానికి మర్షణపడవలసి వస్తుంది; స్వతంత్రంగా నేర్చుకునే వాళ్ళుగా వికసించే క్రమం దెబ్బతింటుంది. ప్రస్తుతం అవలంబిస్తున్న పద్ధతుల్లో పిల్లలు గణితంలో ముందుకు వెళుతున్న కొద్దీ అర్థరహితం కాకపోయినప్పటికీ కృత్రిమమైన అభ్యాసాలు చేయవలసి రావడం విస్మయాన్ని, నిరుత్సాహాన్ని కలిగిస్తాయి. చాలా మంది ‘లోకం తీరు’తో సర్దుకుపోతారు. కొంత మంది మాత్రం తమకున్న అసాధారణ ప్రజ్ఞాకారణంగా వీటన్నిటినీ అధిగమించి నిజమైన గణితం నేర్చుకోవటంలో విజయులౌతారు.

కాలుక్కులేటరు, కంప్యూటర్లతో గణితంలో అర్థంలేని శ్రమ తగ్గిపోయింది. సిద్ధాంతాల అవగాహనకు అవరోధంగా పరిణమించే వైపుణ్యాలను పెంపొందించే బోధనాపద్ధతులను ఇంకా కొనసాగించటానికి ఇక ఎటువంటి సాకులూ మిగలలేదు. నర్సరీ స్థాయి నుంచే లెక్కలు ప్రవేశపెడుతున్న ఈ రోజుల్లో పిల్లలు చక్కటి గణిత జ్ఞానం అలవర్చుకోవటంలో సహాయపడాల్సిన అవశ్యకతను అందరూ గుర్తిస్తున్నారు, కోరుకుంటున్నారు.

కాబట్టి టీచర్లు పరిస్థితుల కనుగుణంగా ఎదిగి అనుభవాల ద్వారా నేర్చుకోవటంలో పిల్లలకు సహాయపడే బోధనాపకరణాల తయారీలో సిద్ధహస్తులవ్వాలి. ఈ లక్ష్యాన్ని అందుకోటానికి ఈ పుస్తకం సమగ్రమైన, వృష్టమైన మార్గదర్శక సూత్రాలను ఇవ్వటానికి ప్రయత్నించింది.

బోధన - నేర్చుకునే ఉపకరణాలు అన్నది చాలా విస్తృత పదం. నల్లబల్ల (బ్లాక్ బోర్డు), పటాలు, పుస్తకాలు వంటినన్నీ బోధనాపకరణాలే. టీచరు కూడా ఒక అద్భుతమైన ఉపకరణమే. అయితే ఇవి అన్నీ నేర్చుకునే ఉపకరణాలేనా? వాస్తవాన్ని ఎదుర్కొనే అనుభవాలను పిల్లలకు ఇవి అందిస్తాయా? స్వయంగా ఉపయోగించి, తమ ఇష్టం వచ్చినట్టు చేయటం ద్వారా నేర్చుకునే అనుభవాలను పిల్లలకు ఇస్తాయా? సమాధానం ప్రధానంగా లేదు అనే వస్తుంది. అధిక సంఖ్యలో పిల్లలు బడి మానివేయటం, బడిలో కొనసాగుతున్న వాళ్ళలోనూ అధిక శాతానికి లెక్కలంటే భయముండటం వంటివి యదార్థ అనుభవాలను జోడించడం ఏ విధమైన పరిష్కార చర్యలూ సఫలం కావని తెలియజేస్తున్నాయి.

వనరుల కొరత కారణంగా వ్యాపారస్థాయిలో ఉత్పత్తి చేసిన ఆధునిక నేర్చుకునే ఉపకరణాలను సమకూర్చుకోవటం కష్టం. అదృష్టవశాత్తు లెక్కలలో వీటి అవసరం కూడా లేదు. కాబట్టి టీచర్లకు కూడా వీటి స్థానం రికార్డులు, నిర్వహణ వంటి తలనొప్పులు కూడా తప్పుతాయి. పట్టణ, పల్లె ప్రాంతాలలో దొరికే సాధారణ, చవక, వర్ణపదార్థాలను సమర్థమైన నేర్చుకునే ఉపకరణాలుగా ఎలా మలుచుకోవాలో తెలియజేయటం ఈ పుస్తకం ఉద్దేశం. తరగతి గదిలో ప్రతి పిల్లవానికి అందించటానికి వీలయ్యే, వాటిని పిల్లలు మెరుగుపరచటానికి అవకాశముండే వాటికి ప్రాధాన్యతనిచ్చాం.

ఈ పుస్తకం టీచర్లకు ఉద్దేశించింది కాబట్టి దీంట్లో అనువైనవి ఎన్నుకోటానికి, వాటిని తమకు అనుగుణంగా మలుచుకోటానికి స్వేచ్ఛ ఉంది. ఇందులో తొమ్మిది యూనిట్లు ఉన్నాయి. ఎనిమిది యూనిట్లలో ప్రాథమిక గణితానికి సంబంధించిన ముఖ్యమైన విషయాలన్నీ ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క యూనిట్ లో ఆ, ఆ, ఇ, ఈ, ఉ అని అయిదు భాగాలున్నాయి.

- అ. విషయం, సాధారణ ఉద్దేశం
- ఆ. అనుభవాల ద్వారా పిల్లలు నేర్చుకోవాల్సిన విషయాలను పేర్కొనటం
- ఇ. ఉపకరించే వస్తువులు, పరికరాలు
- ఈ. వస్తువుల ఉపయోగాలు, నేర్చుకునే ఉపకరణాలుగా వాటిని ఉపయోగించటం
- ఉ. ఉపకరణాల ఉపయోగానికి, అవగాహనకీ సంబంధించి పరిమితులు, గమనికలు.

ఒక విజ్ఞప్తి :

విజ్ఞాన శాస్త్రానికి మాదిరిగానే బడులలో అన్ని స్థాయిలలో గణితంలో కూడా ప్రాక్టికల్స్ ఉండేట్లు విద్యాధికారులు చర్యలు తీసుకుంటే బాగుంటుంది. అదే విధంగా దేశంలో అన్ని ప్రాంతాల్లో ప్రత్యేకించి

ఉపాధ్యాయ శిక్షణ సంస్థలలో గణిత ప్రయోగశాలలను నెలకొల్పాలి. జానియర్ గణిత శాస్త్రవేత్తగా వికసించటానికి ముందు జానియర్ శాస్త్రవేత్తగా ఎదగాల్సి ఉంటుంది. "చదువు బాగా చెప్పాలంటే చాలా సమయం పడుతుందవీ, మన దేశంలో పాఠశాలలున్న పరిస్థితుల్లో ఇది సాధ్యం కాద"న్న భావనను ఎంత తొందరగా విడవారితే అంత తొందరగా, అంత బాగా పాఠశాలల్లో ఉన్నత ప్రామాణికాలు గల బోధనను ప్రవేశపెట్టగలుగుతాం. ప్రచార సాధనాల్లో ప్రత్యేక కార్యక్రమాలు కూడా ఇందుకు దోహదపడాలి. తరగతి గదిలో బీచరు-విద్యార్థి మధ్య సంబంధాలలో విప్లవాత్మకమైన మార్పులు తీసుకురావాలి.

SKILLS ARE TAUGHT, CONCEPTS ARE CAUGHT.

యూనిట్ I

గణితంలో నేర్చుకునే ప్రక్రియను అనుభవాలతో ముడిపడేలా చేయటానికి కావలసిన వనరులు

గణితం అమూర్త విషయం. కాబట్టి దీనిని నేర్చుకోవటం యదార్థ విషయాలతో ముడిపడి ఉండటం ఎంతో అవసరం. ప్రీప్రైమరీలోనో, ప్రాథమిక పాఠశాలలోని మొదటి సంవత్సరానికో ఇది పరిమితమై ఉంటే సరిపోదు. ఒకసారి పూర్ణాంకాలు పిల్లలకు అలవాటయిన తరువాత వివిధ సూత్రాలూ, నియమాల హేతుబద్ధత తెలియ చేయకుండానే వాటిని చెబుతున్నారు. సూత్రాలనూ, నియమాలనూ సంప్రదాయ పద్ధతిలో తెలియచేసే విధానాన్ని చూడండి : $2/3$ ను $5/7$ తో హెచ్చవేయటానికి లవాలు అయిన 2, 5లను హెచ్చవేసి లబ్ధాన్ని లవాలుగా రాసి, హారాలు అయిన 3, 7లను హెచ్చవేసి లబ్ధాన్ని హారాలుగా రాసి $10/21$ ను పొందండి. (-4) ను (-8) తో హెచ్చవేయడానికి $(-)$ ను $(-)$ తో హెచ్చవేస్తే $(+)$; 4 ను 8 తో హెచ్చవేస్తే 32 వస్తుంది. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుక్కోవటానికి పొడవు \times వెడల్పు సూత్రాన్ని వినియోగించండి. ఇవన్నీ పూర్ణాంకాల ప్రదర్శనలే. భిన్నసంఖ్యలూ, పూర్ణసంఖ్యలూ, వైశాల్యం వంటి విషయాలన్నింటినీ వాస్తవ పరిస్థితులతో ఎదుర్కోకుండా ఎట్లా అర్థం చేసుకోగలుగుతారు?

విషయాలను అర్థం చేసుకోవటంలో పిల్లలకు అవసరమయ్యే అనుభవాలలో తేడాలుంటాయి. కొంతమందికి ఉపకరణాల అవసరం ఇంకా ఉంటే కొంత మందికి ఉండదు. అయితే వీటి అవసరమున్నవారి నుంచి వీటిని ముందుగానే ఉపసంహరించగూడదు. వాటి అవసరం లేనప్పుడు పిల్లలే వాటిని పొరవేస్తారు కాబట్టి ఉపాధ్యాయుల బాధ్యత ఈ ప్రక్రియలో సహకరించటం వరకే. భావాలను అనేక రకాలుగా చూపించటం ద్వారా ఈ ప్రక్రియను వేగిరపరచవచ్చు. అంటే ఒకే గణిత ఆలోచనను తెలియచేసే అనేక వాస్తవ పరిస్థితులను ఉపయోగించాలి.

పిల్లలు అంతరంగిక వాస్తవాన్ని ఏర్పరచుకోటానికి బహిరంగ వాస్తవాలతో ప్రత్యేక సంబంధాలు అవసరం కాబట్టి ప్రాథమిక స్థాయిలో నమూనాలకూ, ప్రాతినిధ్య ఉపకరణాలకూ అంత ప్రాముఖ్యం ఉండదు. ఒక్కసారి పిల్లల మెదడుల్లో మౌలిక భావనలు ఏర్పడిన తరువాత ప్రాతినిధ్య ఉపకరణాలు అర్థం సంతరించుకుని గందరగోళం, వక్రీకరణ సృష్టించకుండా ఉపయోగించటానికి అనువుగా ఉంటాయి. కాబట్టి గణితం నేర్చుకునే ప్రాథమిక దశల్లో ప్రాతినిధ్య ఉపకరణాలూ, నమూనాలు ఉపయోగించకూడదు.

గణితం నేర్చుకునే ప్రక్రియలో ఈ దశలు అవసరం.

1. వాస్తవ స్థూల పదార్థాలనుపయోగించటం
2. Semi-Concrete, Semi-abstract పరికరాలను ఉపయోగించటం
3. ప్రాతినిధ్య ఉపకరణాలు, బొమ్మలు చూపించటం
4. మాటలను ఉపయోగించటం
5. సంకేతాలను ఉపయోగించటం
6. Algorithms ఇతర formal పద్ధతులు.

ఉపకరణాలకు కావలసిన వనరులను అవి అవసరమైనప్పుడు పిల్లల సామాజిక, సహజ పరిసరాలలో

గుర్తించి పొందవచ్చు. వీటిల్లో కొన్నింటిని పిల్లలు తమ పుస్తకాలతో పాటు 'కిట్'గా కూడా బడికి తీసుకువెళ్ళవచ్చు. పిల్లలను, అంగాలను కూడా ఉపకరణాలుగా సాధ్యమైనంత ఎక్కువగా ఉపయోగించాలి. ఉపకరణాలుగా ఉపయోగించగలిగినవి ఇక్కడ పేర్కొన్నాం :

1. తరగతిలోని పిల్లలు; చేతులు మొ॥
2. వివిధ ఆకారాలు, పరిమాణాలు, రకాలు, రంగుల గింజలు, పుల్లలు, చీపురు పుల్లలు, కొబ్బరి చిప్పలు, బొప్పాయి లేదా ఆముదం కాడలు, పూలు, ఆకులు, సన్న వెదురు పుల్లలు/సువ్వులు, గింజలు, గులక (నున్నటి) రాళ్ళు, రాళ్ళు, బంకమట్టి. పూసలు, ప్లాస్టిసిన్, ఆఫీసు క్లిప్పలు, రబ్బరు బాండ్లు, సీసామూతలు, (ప్లాస్టిక్) గాజులు, మూతలు, మేకులు, పాత్రలు-కప్పులు, టీస్పూనులు, సిరాబుడ్డులు, సీసాలు, తాళాలు, కాగితం ముక్కలు, ఉపయోగించిన స్టాంపులు, సువ్వులు, ప్లాస్టిక్ బక్సెట్లు, బంతులు, అట్టపెట్టెలు, తాళం చెవులు, ఫోటోలు. చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, రూళ్ళ కాగితాలు, గ్రాఫ్ కాగితాలు, స్కేలు, కాగితాలు, అట్టముక్కలు, లాట్టెన్ కాగితం, పారదర్శక (ఉల్లిపాఠ) కాగితం, కదిలే ముళ్ళతో గడియారపు నమూనాలు, ఒక అంచు తిన్నగానూ ఒక అంచు వంకరగానూ ఉండే కాగితాలు; అదే రకమైన చెక్కలు, గమ్ము అంటించిన చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, చించటానికి వీలుగా చిల్లులు కలిగి గమ్ము అంటించిన చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, కాలెండరులోని కాగితాలు, పుస్తకాలు.

కనీస పరికరాలు :

చెక్కతో చేసిన రకరకాల ఆకారాలు, ఘనాకారాలు, గుల్ల ఘనాకారాలు - వేరు వేరు సైజులవి. వివిధ సైజుల్లో ఘన చతురస్రాలు. పాడవు, బరువు, ద్రవ కొలతలకు ప్రామాణిక మెట్రిక్ కొలతలు చువ్వలతో చేసిన పూసల చట్రం, చువ్వలు తీసివేసే వీలు ఉండేట్లు; నాణాలు, నోట్లు స్టాప్‌వాచ్, గడియారం స్కేలు త్రాసు, స్ప్రింగ్ త్రాసు.

అనుబంధ పరికరాలు

కత్తెర, జామెట్రీ బాక్సు, మూసలు, బెజ్జాలు వేసే పరికరం, జిగురు/బంక, బ్రౌను కాగితాలు, క్రేయాస్టు, పెన్సిళ్ళు, స్కెచ్ పెన్నులు, రంగు పెన్సిళ్ళు, బ్లేడు, రబ్బరు, పెన్సిలు చెక్కేది.

యూనిట్ II

సంఖ్యలను తెలుసుకొని, వాటి గురించి అవగాహనను ఏర్పరచుకోవటం (సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు)

2.1	సమితులుగా ఏర్పరచటం
2.2	సంఖ్యా పూర్వ జ్ఞానం (Pre Number Concepts)
2.3	ఒకటి నుండి అయిదు వరకు అంకెలు
2.4	ఒకటి ఎక్కువ, ఒకటి తక్కువ
2.5	ఆరునుండి తొమ్మిది వరకు అంకెలను లెక్కించటం
2.6	సంఖ్యామానం (Numerals)
2.7	సున్న
2.8	ఒక స్థాయి నుండి ముందుకు లెక్కించటం
2.9	పదుల స్థానం, పదులలో లెక్కించటం
2.10	రెండంకెల సంఖ్యలు ఒకటి నుండి వంద వరకు లెక్కించటం
2.11	వంద
2.12	మూడంకెలుగల సంఖ్యలు
2.13	దశాంశ పద్ధతిలో స్థానవిలువలు

2.1

అ. సమితులుగా ఏర్పరచటం

ఆ. ఏనైనా వస్తువులతో సమితులను ఏర్పరచవచ్చు.

ఏదైనా ఒక వస్తువు ఒక సమితికి చెందుతుందో లేదో చెప్పగలిగినప్పుడు సమితి ఏర్పాటు అవుతుంది. మనం ఎంచుకున్న లక్షణాన్ని బట్టి ఒక వస్తువు అనేక సమితులకు చెందవచ్చు.

ఇ. రకరకాల ఆకారాలు, పరిమాణం, రంగులు గల వస్తువులు.

తరగతిలోని పిల్లలు.

ఈ. కొన్ని వస్తువుల్ని ఇచ్చి రంగును బట్టి సమితులను ఏర్పాటు చేయమనండి.

కొన్ని వస్తువుల్ని ఇచ్చి ఒకే రకమైన వాటిని సమితులుగా విడదీయమనండి. అలాగే ఆకారం, పరిమాణాన్ని బట్టి సమితులను ఏర్పరచమనండి. ఏర్పడిన సమితులను గమనించండి. ఒక పూల సమితిని ఊహించుకోమనండి. ఒక ఆకు, ఒక పువ్వు తీసుకువచ్చి వాటిలో ఏది పూలసమితికి చెందుతుందో అడగండి. ఇదే విధంగా ఇతర సమితులతో కూడా చేయించండి.

తరగతిలోని పిల్లలను కూడా సమితులుగా విడదీయవచ్చు. ఉదా:-

1. బడికి నడచి వచ్చేవాళ్ళు
2. సైకిల్ పై వచ్చేవాళ్ళు

3. బస్సులో వచ్చేవాళ్ళు. పిల్లల్ని ఆయా సమితులుగా ఏర్పడమనండి.

ఉ. సమితులను ఏర్పరచేప్పుడు అస్పష్టంగా ఉండే అధిదమయిన, గొప్పదయిన వంటి లక్షణాలను తీసుకోవద్దు.

2.2

అ. సంఖ్యా పూర్వజ్ఞానం

ఆ. రెండు వస్తువులను తీసుకున్నప్పుడు ఒకదానిని చూపితే, ఇంకొకటి చూపకుండా ఉంటుంది (ఒకటి, ఇంకొకటి)

చాలా వస్తువులలో నుంచి ఒక దానిని చూపవచ్చు, లేదా ఎత్తి చూపవచ్చు. ఒక వస్తువు పక్కన ఎన్ని వస్తువులనైనా వరుసగా పేర్చవచ్చు (ఒకటి, ఎన్నో లేదా ఒకటి కంటే ఎక్కువ). రెండు సమితులను తీసుకుని వాటిల్లోని వస్తువులను ఒకదానికి ఒకటి జతపరచగలిగినప్పుడు ఆ సమితుల్లోని సంఖ్య సమానం. అలా జతపరచలేనప్పుడు ఆ రెండు సమితుల్లోని సంఖ్య సమానం కాదు.

రెండు సమితులను తీసుకున్నప్పుడు ఒక సమితిలోని వస్తువులు రెండవ సమితిలోని వస్తువుల కంటే ఎక్కువ ఉండవచ్చు, తక్కువ ఉండవచ్చు లేదా సమానంగా ఉండవచ్చు (ఎక్కువ, తక్కువ, సమానం).

ఒకదానికొకటి జతపరచటం ద్వారా సమానంగా ఉన్నదని కనుగొన్న రెండు సమితుల్లో ఒక సమితిలోని కొన్ని వస్తువులను రెండవ సమితికి మార్చటం ద్వారా మొదటి సమితి చిన్నదవుతుంది, రెండవ సమితి పెద్దదవుతుంది.

ఇ. వస్తువులు, చేతులు, చేతివేళ్ళు, పిల్లలు.

ఈ. పిల్లలకు ముందు ఒక చేతిని చూపండి. రెండవది చూపకుండా ఉంటుంది. ఇద్దరు పిల్లల్ని పిలిచి వాళ్ళిద్దర్ని వేరువేరుగా గుర్తించి చూపండి. కొన్ని వస్తువుల్లో నుంచి ముందు ఒక వస్తువును ఎత్తి చూపి తరువాత చాలా వాటిని ఎత్తి చూపండి. రెండు సమితులను ముందు చూడమనండి. ఏ సమితిలో ఎక్కువ వస్తువులున్నాయో ఊహించమనండి. వాళ్ళ ఊహ సరయినదో కాదో ఒకదానికొకటి జతపరచి తెలుసుకోమనండి. రెండు సమితుల్లోని వస్తువులు ఒకదానికొకటి పూర్తిగా జత కుదిరినప్పుడు రెండు సమితుల్లోని వస్తువుల సంఖ్య సమానమని చెప్పండి.

అయిదు లోపల అంకెలను పిల్లలు చేతివేళ్ళ ద్వారా రకరకాలుగా చూపించి సరిగా చూపించారో లేదో ఇంకొకరితో ఒకదానికొకటి జతపరచటం ద్వారా తెలుసుకోమనండి.

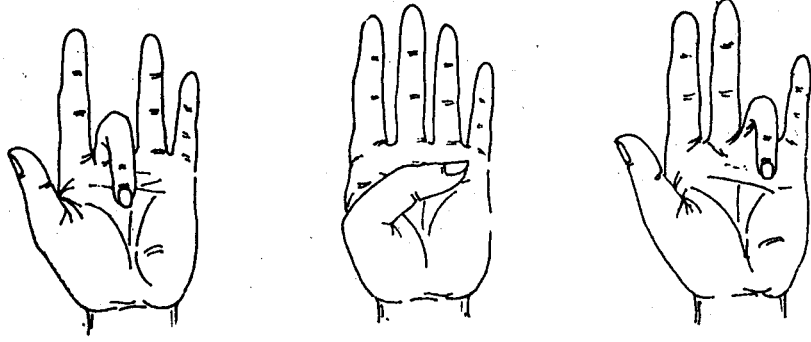
బొమ్మ 2.2-1

2.3

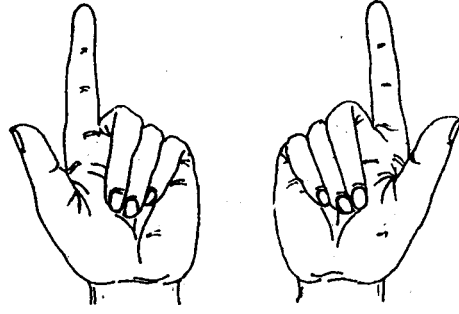
అ. 1 నుండి 5 వరకు అంకెలు

ఆ. ఒక నమూనా సమితిని ఏర్పరచండి. ఈ నమూనా సమితిలో ఒకటికొకటి జతపరుస్తూ అనేక సమితులను ఏర్పాటు చేయించవచ్చు. నమూనా సమితిలోనూ, నమూనా సమితితో

నాలుగును వివిధ రకాలుగా చూపటం



ఒక చేతి వేళ్ళతో



రెండు చేతి వేళ్ళతో

బొమ్మ 2.2-1

ఒకటికొకటి జతపరచగా సరిపోయే ఇతర సమితిల్లోనూ ఉన్న వస్తువుల సంఖ్య సమానం.

ఏ అంకెకైనా నమూనా సమితులను ఏర్పాటు చేయవచ్చు. వేరువేరు అంకెలకు వేరు వేరు పేర్లుంటాయి. ఒకే సంఖ్య గల వస్తువులను వివిధ రకాలుగా అమర్చవచ్చు (లెక్క పెట్టకుండానే అమరికను బట్టి అయిదు వరకు గల అంకెలను గుర్తించగలగాలి.)

- ఇ. వస్తువులు (గుండీలు, సీసా మూతలు, గింజలు, పూసలు వంటివి), ఒకే పరిమాణంగల చదరపు కాగితం ముక్కలు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితం, దారం, పూలు, ఆకుల రెమ్మలు, చేతి వేళ్ళు మొదలైనవి. వీటన్నిటితో సమితులను ఏర్పరచి ఒకదానితో ఒకటి సరిపోల్చే ప్రక్రియ/అభ్యాసం చేయించండి.

- ఈ. అయిదుకి మించకుండా చేతివేళ్ళను చూపి వాటికి సరిపోయేన్ని వస్తువులను ఒకదానికొకటి జతపరుస్తూ వేరుచేయమనండి.

(రెండు, నాలుగు, మూడు) చేతివేళ్ళతో ముందుగా నమూనా సమితులను చూపించండి. నమూనా సమితిలోని సంఖ్యతో సరిపోయేలా ఒకదానికొకటి జతపరుస్తూ సమితుల్ని ఏర్పరచమనండి. కొత్తగా ఏర్పడిన సమితిలో రెండు రకాల వస్తువులు ఉంటాయి. అయిదు వరకు గల అంకెలతో (వరుస క్రమంలో కాకుండా) నమూనా సమితుల్ని ఏర్పరచి జతపరిచే అభ్యాసాల్ని చేయించండి.

అంకెలను తెలుసుకోడానికి - గుర్తించడానికి రంగుల పూసల్ని తీసుకుని దారానికి రెండు-మూడు-రెండు-మూడు, నాలుగు-నాలుగు-నాలుగు; మూడు-రెండు-అయిదు-మూడు-రెండు-అయిదు - ఇలా వివిధ రకాల అమరికలలో గుచ్చమనండి.

అంకెను చెప్పగానే లెక్కించకుండా చేతివేళ్ళను చూపించగలగడం; చదరపు గళ్ళు ఉన్న కాగితంపై మధ్యలో ఒక్కొక్క చదరపు గడిని ఖాళీగా వదులుతూ చెప్పిన అంకెకు సరిపోయే చదరపు గళ్ళకు రంగు వేయగలగడం వంటి అభ్యాసాలు అంకెలను (గుర్తించడానికి) తెలుసుకోడానికి తోడ్పడతాయి.

రెండు ఆకులు, నాలుగు ఆకులు గల రెమ్మలను గుర్తించగలగటం. మూడు రేకుల అయిదు రేకుల పూలను సేకరించటం వంటి అభ్యాసాలు కూడా అంకెలను గుర్తించడానికి తోడ్పడతాయి. ఒకే అంకెగల వస్తువులను తీసుకొని వాటిని వివిధ రకాలుగా అమర్చమనండి.

బొమ్మ 2.3-1

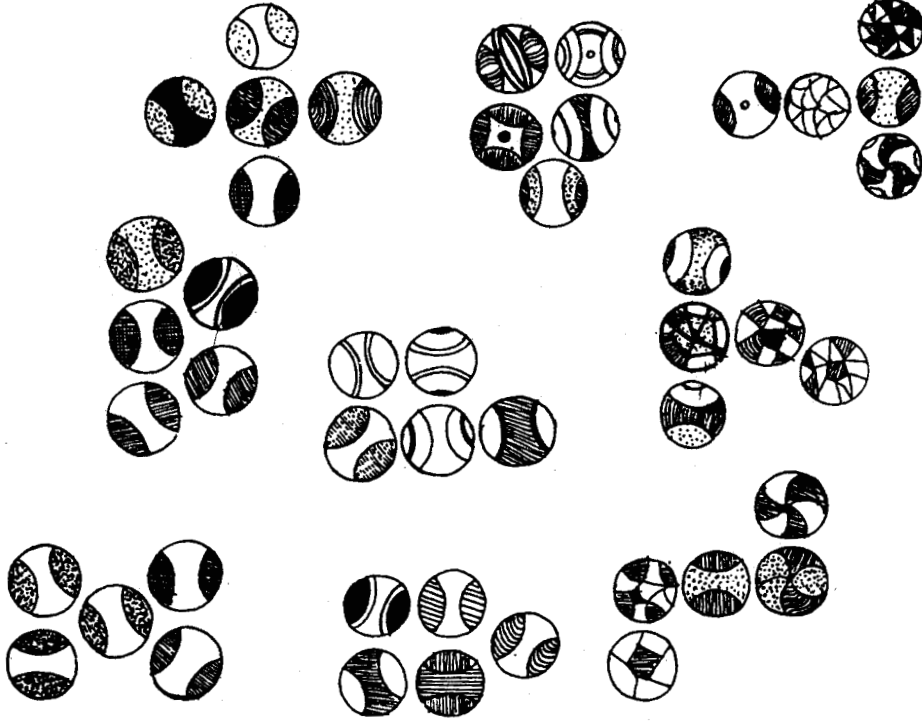
ఇదే అభ్యాసాన్ని చదరపు గళ్ళ కాగితంపైన కూడా రంగులు వేయమనడం ద్వారా చేయవచ్చు.

బొమ్మ 2.3-2

(ఇచ్చిన అంకెను బట్టి) పిల్లలను కూడా రకరకాల అమరికల్లో కూర్చోమనండి.

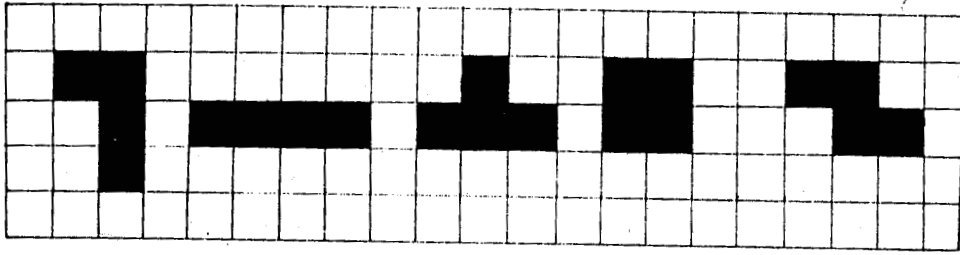
- ఉ. అయిదు లోపల గల అంకెలను తక్షణమే పిల్లలు గుర్తించగలరు. అభ్యాసలేమితో ఈ సామర్థ్యాన్ని కుంటుపడనివ్వవద్దు. ఇలా జరిగితే అంకెల్ని ఉపయోగించడంలో “ఎన్ని” (Cardinality), “ఎన్నోది?” (Ordinality) కి గల తేడాని గుర్తించడంలో ఇబ్బంది పడతారు.

అయిదు వస్తువులను వివిధ రకాలుగా అమర్చటం



బొమ్మ 2.3-1

వివిధ ఆకారాల్లో నాలుగు చదరపు గళ్ళు



బొమ్మ 2.3-2.

అ. ఒకటి ఎక్కువ ఒకటి తక్కువ (అయిదుకు మించకుండా)

ఆ. ఒక సంఖ్యకు ఒకటి కలిస్తే దానిపై సంఖ్య (తరువాయి సంఖ్య) వస్తుంది. అలాగే ఒక సంఖ్య నుంచి ఒకటి తగ్గిస్తే దాని పూర్వ సంఖ్య (ముందు సంఖ్య) వస్తుంది. ఒక సంఖ్యనిచ్చి దానికంటే ఒకటి ఎక్కువ అనుకున్నప్పుడు కొత్త సంఖ్య వస్తుంది. ఒకటికి మరొకటి చేర్చితే రెండు వస్తుంది. రెండుకు ఇంకొకటి కలిపితే మూడు వస్తుంది. మూడుకి ఒకటి కలిపితే నాలుగు వస్తుంది. రెండులోంచి ఒకటి తగ్గిస్తే ఒకటి వస్తుంది. మూడులోంచి ఒకటి తగ్గిస్తే రెండు వస్తుంది. నాలుగులోంచి ఒకటి తగ్గిస్తే మూడు వస్తుంది.

సహజ సంఖ్యలు ఒకటితో మొదలయ్యి ఒక్కొక్కటి పెరుగుతూ రెండు, మూడు, నాలుగు... వస్తాయి.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, చేతివేళ్ళు, కాళ్ళు-చేతులు, శరీరాంగాలు

ఈ. శరీర అవయవాలను చూపిస్తూ వాటి సంఖ్యను చెప్పండి. చేతికి అయిదు వేళ్ళు, రెండు చెవులు, రెండు కళ్ళు, ఒక ముక్కు మొదలైనవి.

(అయిదుకు మించకుండా) కొన్ని వస్తువులను తీసుకుని దాని తరువాత సంఖ్య రావాలంటే ఏం చెయ్యాలో అడగండి. ఇంకొక వస్తువును చేర్చాల్సి ఉంటుంది. ఈ అభ్యాసాన్ని అన్ని అంకెలతో చేయించి చెప్పించండి.

ఒకటి, రెండు, మూడు, నాలుగు, అయిదు అని అనిపించండి.

ఇదే అభ్యాసాన్ని చేతివేళ్ళతో తిరిగి చేయించండి. ఒక వేలు చూపించి ఒకటి అనండి, ఇంకొక వేలు లేపి రెండు అనండి; ఇంకొక వేలు లేపి మూడు అనండి....

అ. 6 నుండి 9 వరకు అంకెలను లెక్కపెట్టటం

ఆ. ఒక సంఖ్యకు ఇంకొకటి చేర్చితే కొత్త సంఖ్య వస్తుంది.

అయిదుకి ఇంకొకటి చేర్చితే ఆరు.

ఆరుకి ఇంకొకటి చేర్చితే ఏడు.

ఏడుకి ఇంకొకటి చేర్చితే ఎనిమిది.

ఎనిమిదికి ఇంకొకటి చేర్చితే తొమ్మిది.

అంకెల వరుస ఒకటి, రెండు, మూడు, నాలుగు, అయిదు, ఆరు, ఏడు, ఎనిమిది, తొమ్మిది.

ఈ అంకెలను వస్తువులతో వరుసగా జతపరుస్తూ చివరి వస్తువుతో జతపడిన అంకెను గుర్తుంచుకోవటం లెక్కపెట్టటానికి ఆధారం. చివరి వస్తువుతో జతపడిన అంకె లెక్కపెట్టిన వస్తువుల సంఖ్యను తెలియజేస్తుంది.

ఇ. వస్తువులు (గింజలు, పూసలు, పుల్లలు, గుండీలు, చదరపు కాగితం ముక్కలు, చేతివేళ్ళు)

ఈ. అయిదు చేతివేళ్ళను తెరిచి చూపండి. ఇప్పుడు ఇంకొక వేలు తెరిచి మొత్తం తెరిచిన వేళ్ళు

ఆరు అని చెప్పండి. ఈ అభ్యాసాన్ని తొమ్మిది వచ్చేవరకు కొనసాగించండి. (తొమ్మిదికి మించకుండా). వివిధ సంఖ్యల వస్తువులను రకరకాలుగా అమర్చమనండి. అంకెలను వస్తువులతో జతపరిచి లెక్కపెడుతూ ఒక సమూహంలో ఎన్ని వస్తువులున్నాయో చెప్పగలగాలి.

2.6

అ. సంఖ్యామానం

ఆ. అంకెల పేర్లకు సంఖ్యామానం గుర్తులు (ఒకటికి గుర్తు 1)

ఇ. పుల్లలు.

ఈ. వస్తువుల సంఖ్యతో సంఖ్యామానానికి సరిపోయేలా అమర్చమనండి.

బొమ్మ 2.6-1

ఉ. ఇది సహజమైనది కాదుకానీ అంకెలను వాటి సంఖ్యామానాన్ని గుర్తుంచుకోడానికి దోహదపడుతుంది.

2.7

అ. సున్న

ఆ. లెక్కించటానికి వస్తువులు లేనప్పుడు వస్తువులు సున్నా (ఏమీ లేవు) అంటాం. ఒక సమూహంలోంచి ఒక్కొక్కటిగా వస్తువులు తీసేస్తుంటే చివరికి సున్నా వస్తువులు మిగులుతాయి.

కొన్ని వస్తువులను తయారుచేసిన తరువాత కొంత సమయానికి అన్నే వస్తువులుంటే గడిచిన సమయంలో సున్నా వస్తువులు తయారు చేశాం అంటాం.

ఇ. కుటుంబ చిత్రం (పోటో), చేతివేళ్ళు, వస్తువులు, పాత్రలు.

ఈ. నీకు అన్నలు లేనప్పుడు 'నీకు సున్నా అన్నలు ఉన్నారు' వంటివి అనటం అలవర్చుకోండి. అమ్మా, నాన్న, పిల్లలు ఉన్న కుటుంబ చిత్రంలో పిల్లలందరూ మగవాళ్ళయితే సున్నా ఆడపిల్లలనీ, అందరూ ఆడపిల్లలయితే సున్నా మగపిల్లలనీ అనవచ్చు. చేతివేళ్ళను ముడిచి పిడికిలి చూపించండి. ఒక్కొక్క వేలు తెరవండి; ప్రతిసారి తెరిచిన వేళ్ళు ఎన్నో, ముడిచిన వేళ్ళు ఎన్నో చెప్పండి. ఈ అభ్యాసం ద్వారా ముందు ముడిచిన వేళ్ళు అయిదు, తెరిచిన వేళ్ళు సున్నా అనటం చివరికి ముడిచిన వేళ్ళు సున్నా, తెరిచిన వేళ్ళు అయిదు అనటం అలవాటు అవుతుంది.

ఒక పాత్రలోకి వస్తువులను వేస్తూ లెక్కపెట్టమనండి. పాత్రలోకి రెండు వెయ్యండి, రెండు వేశారని పిల్లలంటారు. ఏమీ వెయ్యవద్దు, సున్నా వేశారని పిల్లలంటారు.

ఒక పాత్రలోకి కొన్ని వస్తువులు తీసుకోండి. వాటిని లెక్క పెట్టమని పిల్లలకు చెప్పండి. కొన్ని వస్తువులను తీసేవేయండి. పాత్రలోని వస్తువులను పిల్లలను లెక్కపెట్టమనండి. ఏమీ తియ్యకుండానే తీసినట్టు నటించండి. పాత్రలో మునుపు ఉన్నన్నే వస్తువులు ఉంటే సున్నా వస్తువులు తీసేశారు. పాత్రలో సున్నా వస్తువులు మిగిలితే అన్ని వస్తువులను తీసేవేశారు.

బొమ్మ 2.7-1

వస్తువుల సంఖ్యతో సంఖ్యామానానికి సరిపోయేలా అమర్చటం

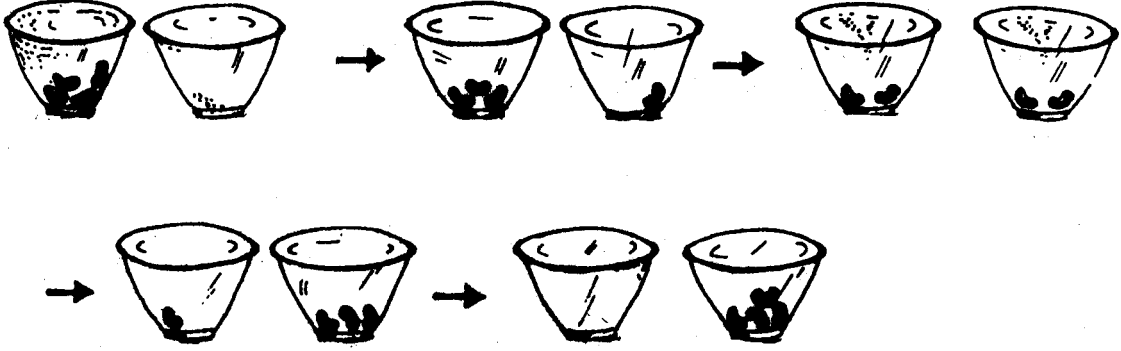
1 = 3 4

5 6

7 8 9

బొమ్మ 2.6-1

సున్నా వస్తువులు చూపించటం



బొమ్మ 2.7-1

అ. ఒక స్థాయి నుండి ముందుకు లెక్కించటం

ఆ. లెక్కపెట్టటం ఎప్పుడూ ఒకటితోనే మొదలు పెట్టాల్సిన అవసరంలేదు. అనుకూలమైన ఏ స్థాయి నుండైనా మొదలుపెట్టవచ్చు.

ఇ. వస్తువులు, చేతివేళ్ళు.

ఈ. (తొమ్మిదికి మించకుండా ఉన్న) వస్తువుల సమూహాన్ని ఒకదాన్ని తీసుకోమనండి. రెండు వస్తువులను వేరు చేసి అక్కడి నుంచి ముందుకు లెక్కపెడుతూ సమూహంలో ఎన్ని వస్తువులు ఉన్నాయో తెలుసుకోమనండి. మూడు వస్తువులను వేరుగా పెట్టి అక్కడి నుంచి ముందుకు లెక్కపెడుతూ ఆ సమూహంలో ఎన్ని వస్తువులున్నాయో చెప్పమనండి. అలాగే నాలుగు వస్తువులు పక్కకు పెట్టి ఈ అభ్యాసాన్ని కొనసాగించండి. ఇదే అభ్యాసాన్ని చేతివేళ్ళతో కూడా చేయించవచ్చు.

అ. పదుల స్థానం, పదులలో లెక్కించటం (పది పదుల వరకు)

ఆ. తొమ్మిదికి ఇంకొకటి చేర్చితే పది అవుతుంది.

పది ఒకట్లయితే ఒక పది అవుతుంది. పది అన్నది ఉన్నత స్థానం.

ఒక పది పది; రెండు పదులు ఇరవై.

మూడు పదులు ముప్పై.....

ఇ. పుల్లలు (90), దారం లేదా రబ్బరు బ్యాండ్లు, కాగితం ముక్కలు (90), ఆఫీసు క్లిప్పులు

ఈ. పదేసి పుల్లలను లెక్కపెట్టి దారం, లేదా రబ్బరు బ్యాండుతో కట్టలుగా కట్టాలి.

కొన్ని కట్టలను తీసుకుని కట్టలను లెక్కపెట్టి మొత్తం ఎన్ని పుల్లలు ఉన్నాయో చెప్పండి.

కాగితం ముక్కలను కూడా పదుల గుత్తులుగా పెట్టి ఈ అభ్యాసాన్ని చేయవచ్చు.

అ. రెండంకెల సంఖ్యలు, ఒకటి నుంచి వంద వరకు లెక్కపెట్టటం

ఆ. తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ, వంద (పది పదులు) కంటే తక్కువ ఉన్న సంఖ్యలను రెండంకెల సంఖ్యలంటారు.

ఒకటి నుంచి వంద వరకు లెక్కపెట్టటంలో వంద అంకెల పేర్లూ, వంద అంకెల సంఖ్యా మానాలు ఉంటాయి. రెండంకెల సంఖ్యలలో స్థాన విలువలు ఎడమ నుంచి వరుసగా పదులూ, ఒకట్లూ.

ఇ. కట్టలు కట్టిన పుల్లలు (100), విడిపుల్లలు (9), గుత్తులుగా పెట్టిన కాగితం ముక్కలు (100), విడికాగితం ముక్కలు (9), చదరపు గళ్ళు ఉన్న కాగితాలు.

ఈ. పదులుగా కట్టిన పుల్లల కట్టలు తొమ్మిది, కాగితం గుత్తులు తొమ్మిది తయారుగా ఉంచుకోండి.

పదులుగా కట్టిన పుల్లల కట్టలతోటి, విడి పుల్లల తోటి రకరకాల సమూహాలు చేసి ఈ సమూహంలో ఇన్ని పదులు ఉన్నాయి, ఇన్ని ఒకట్లు ఉన్నాయని చెప్పండి. లెక్కపెట్టి

సరిచూడమనండి, 1 నుండి 99 వరకు లెక్క పెట్టటం నేర్చండి.
రెండంకెల సంఖ్యలను పదులుగా కట్టిన కట్టలతోటి, విడిపుల్లలతోటి చూపించండి.
ఇదే అభ్యాసాన్ని గుత్తులుగా కట్టిన కాగితం ముక్కలతోటి విడి కాగితాలతోటి చేయించవచ్చు.
రెండంకెల సంఖ్యలను వీటితో చూపటం చాలా తేలికగా ఉంటుంది.
చదరపు గళ్ళు గల కాగితంలో 1తో మొదలుపెట్టి 99 వరకు గళ్ళకు రంగులద్ది 1 నుంచి
99 వరకు లెక్కపెట్టటం బాగా అలవాటయ్యేలా చెయ్యండి.

2.11

అ. వంద

- అ. పది పదులు ఒక వంద అవుతుంది. వంద ఒకట్లు ఒక వంద అవుతుంది.
- ఇ. పది పుల్లలు గల కట్టలు (10), పది కాగితాలు గల గుత్తులు (10), పదిగళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు (10).
- ఈ. పది పుల్లలు గల కట్టలను ఒక పది లేదా పది అని, రెండు పదులు లేదా ఇరవై అని, పది పదులు వంద వరకు లెక్కపెట్టండి. ఇదే అభ్యాసాన్ని పది కాగితాలు గల గుత్తులతోనూ, పది గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలతోనూ చేయించండి.

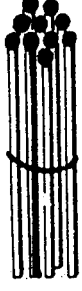
బొమ్మ 2.11-1

2.12

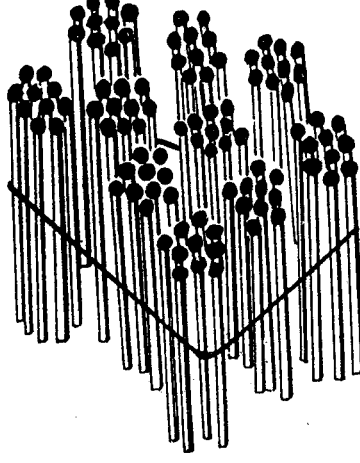
అ. మూడంకెలు గల సంఖ్యలు

- అ. తొంభై తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ, వెయ్యికంటే తక్కువ అయిన సంఖ్యలను మూడంకెల సంఖ్యలంటారు.
మూడంకెలు గల సంఖ్యలలో మూడు అంకెల స్థాన విలువలు ఎడమ నుంచి వరుసగా వందలు, పదులు, ఒకట్లు.
- ఇ. పదులు ఉన్న పదికట్టల కట్ట లేదా వంద పుల్లల కట్ట (9), పదిపుల్లల కట్టలు (10), విడి పుల్లలు (10). పది కాగితాలు ఉన్న పది కాగితాల గుత్తులను చేర్చిన పెద్ద గుత్తి లేదా వంద కాగితాల గుత్తి (9), పది కాగితాలు ఉన్న గుత్తులు (10), విడి కాగితాలు (10). వందగళ్ళు ఉన్న కాగితం ముక్కలు (9), పది గళ్ళు ఉన్న కాగితం ముక్కలు (10), ఒక గడి ఉన్న కాగితం ముక్కలు (10). ఈ వంద పుల్లలు గల కట్టలు, పది పుల్లలుగల కట్టలు, విడి పుల్లలతో రకరకాల సమూహాలు చేయండి. ప్రతి సమూహంలోనూ వందలు, పదులు, ఒకట్లు కింద ఎన్ని పుల్లలున్నాయో లెక్కించి, ఆ సంఖ్య ఎంతో చెప్పి రాయమనండి. అదే విధంగా మూడంకెల సంఖ్యను వంద పుల్లలు గల కట్టలతోనూ, పది పుల్లలు గల కట్టలతోనూ, విడి పుల్లలతోనూ చూపమనండి. సున్నా పదులు, సున్నా ఒకట్లు ఉన్నప్పుడు ఆయా స్థానాల కింద సున్నా రాయాలని గమనించమనండి. పుల్లల కట్టలకు బదులు, కాగితాల గుత్తులతోనూ, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలతోనూ ఈ అభ్యాసం చేయవచ్చు. వందలు, పదులు, ఒకట్లు అనే గుర్తులు పైన లేకుండానే సంఖ్యలోని అంకెల స్థాన విలువను

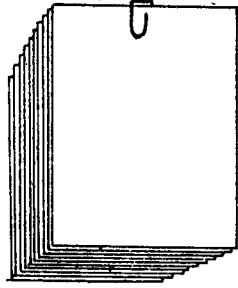
కట్టలు, గుత్తులు



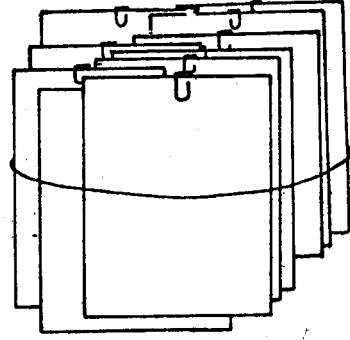
10



100



10



100

బొమ్మ 2.11-1

మనసులోనే గుర్తించటం అభ్యాసం చేయించండి.

ముగ్గురు పిల్లలను తరగతిలో ముందుకు వచ్చి మిగతా పిల్లల వైపుకి ముఖం తిప్పి నిలబడమనండి. ఈ ముగ్గురు పిల్లలు కుడి నుంచి ఒకట్లు, పదులు, వందల స్థానాలను సూచిస్తారు.

కుడి వైపు నున్న బాలుడు ఒక్కొక్కటిగా వేళ్ళు తెరుస్తాడు. ఇలా పది వేళ్ళు తెరిచిన తరువాత అతనికి కుడి వైపునున్న బాలుడు అంటే ముగ్గురిలో మధ్య వున్న బాలుడు లేదా పదులస్థానాన్ని సూచిస్తున్న బాలుడు తన కుడి చేతివేలిని ఒకటి తెరుస్తాడు. అదే సమయంలో ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న బాలుడు (పది ఒకట్లను ఒక పదిగా పదుల స్థానంలో ఉన్న బాలుడు సూచించాడు కాబట్టి) తన పదివేళ్ళను మూసివేస్తాడు. ఇలా ఒకట్ల స్థానం బాలుడు పదివేళ్ళను తెరిచినపుడు పదులస్థానం బాలుడు ఒకవేలు తెరవగానే ఒకట్ల స్థానం బాలుడు తిరిగి పదివేళ్ళను మూసిస్తాడు. పదుల స్థానం బాలుడు పదివేళ్ళు తెరవగానే వందల స్థానంలోని బాలిక ఒక వేలు తెరుస్తుంది. అదే క్షణంలో పదుల స్థానంలోని బాలుడు తన పదివేళ్ళను మూసివేస్తాడు.

వందల స్థానంలోని బాలిక తొమ్మిది వేళ్ళు తెరిచేవరకు ఇది కొనసాగించవచ్చు. ఏ దశలోనైనా మూడంకెల సంఖ్యను చదవవచ్చు. మూడంకెల సంఖ్యను ముగ్గురు బాలలతో చూపవచ్చు.

బొమ్మ 2.12-1

243

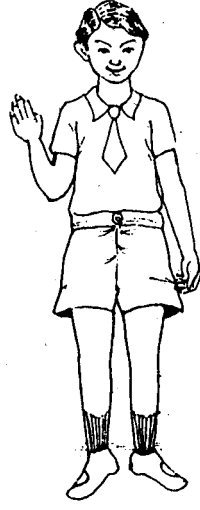
అ. దశాంశ పద్ధతిలో స్థాన విలువలు

ఆ. తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ, వంద కంటే తక్కువ అయిన సంఖ్యలను రెండంకెల సంఖ్యలంటారు. తొంభై తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ, వెయ్యికంటే తక్కువ అయిన సంఖ్యలను మూడంకెల సంఖ్యలంటారు.

పలు అంకెలు గల సంఖ్యలలో ప్రతి అంకెకూ ఒక సహజ విలువా, ఒక స్థాన విలువా ఉంటాయి. స్థాన విలువలు కుడి నుండి వరుసగా ఈ విధంగా ఉంటాయి: ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, ఎదెవేలు, వందవేలు లేదా లక్షలు, వెయ్యి వేలు లేదా పదిలక్షలు లేదా మిలియన్లు, వంద లక్షలు లేదా కోట్లు లేదా పది మిలియన్లు..... దశాంశ పద్ధతిలో ఏదైనా ఒక అంకె స్థాన విలువ దానికి కుడి వైపునున్న అంకె స్థాన విలువ కంటే పది రెట్లు ఎక్కువ.

ఇ. చెక్క, ముక్క, చువ్వలు, పూసలు లేదా మధ్యలో రంధ్రాలు చేసిన సీసా మూతలు, చీపురు పుల్లలు, వెదురు పుల్లలు, ఆముదం కాండం, బొప్పాయి ఆకు కాడలను అడ్డంగా కొయ్యటం ద్వారా వచ్చే రింగులు.

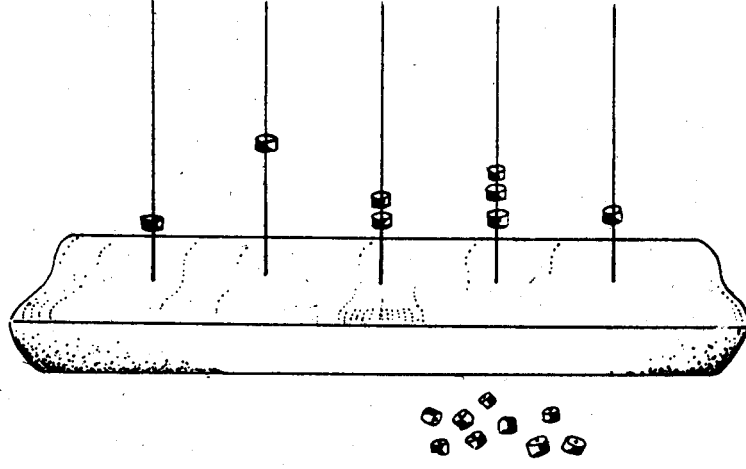
ఈ. మీరే స్వయంగా ఒక పూసల చట్రం (అబ్రాకాస) తయారు చెయ్యండి. చెక్క, దిమ్మ మీద చువ్వలు (సైకిల్ స్పోక్) దిగగొట్టటం ద్వారా పూసల చట్రం తయారవుతుంది. పూసల చట్రంలోని చువ్వలు కుడి వైపు నుంచి వరుసగా ఒకట్లు, పదులు, వందలు..... స్థానాలు సూచిస్తాయి. ఏ చువ్వకు కూడా తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ వస్తువులు ఉండటానికి లేదు. ఒక



స్థాన విలువలకు పిల్లలను పయోగించి 3 4 2 చూపించటం

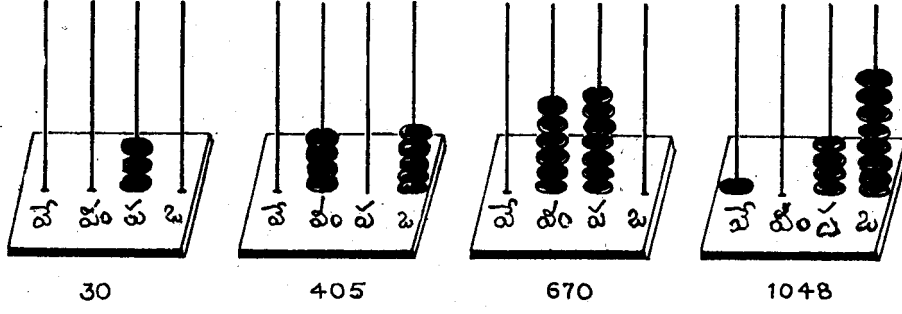
బొమ్మ 2.12-1

చెక్క, సైకిల్ చువ్వలతో పూసలచట్రం



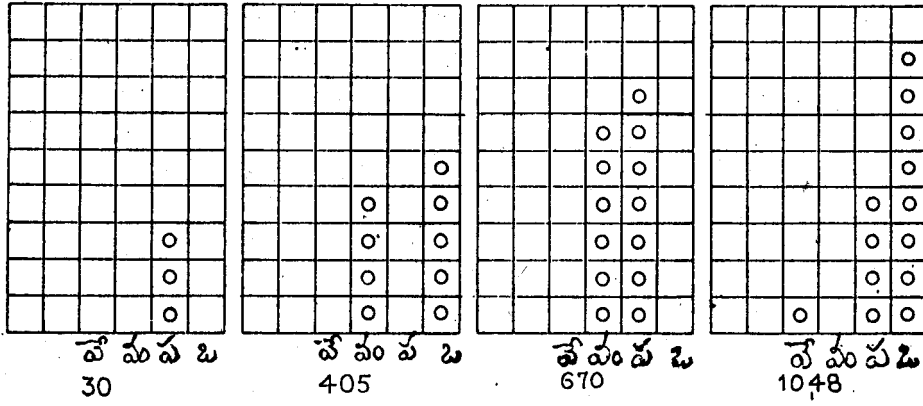
బొమ్మ 2.13-1

పూసల చట్రం మీద సంఖ్యలు చూపటం



బొమ్మ 2.13-2

చదరపు గళ్ళ కాగితంతో అబాకస్



బొమ్మ 2.13-3

చువ్వలో పది వస్తువులు కాగానే వాటిని తీసేస్తూ అందుకు సూచనగా దాని ఎడమ వైపుకున్న చువ్వలో ఒక వస్తువును వేయాలి.

బొమ్మ 2.13-1

పూసల చట్రంలో సూచించిన సంఖ్యలను ఆయా స్థానవిలువల కింద రాస్తూ ఆ సంఖ్య ఎంతో చెప్పాలి.

ప్రాతినిధ్యం	పదులు	ఒకట్లు	సంఖ్య
పదులు మూడు	3	0	ముప్పై
వందలు నాలుగు	4	0	5
ఒకట్లు అయిదు			నాలుగు వందల అయిదు
వందలు ఆరు	6	7	0
పదులు ఏడు			ఆరువందల డెబ్బై
వేలు ఒకటి, పదులు	1	0	4
నాలుగు, ఒకట్లు ఎనిమిది			8
			ఒక వెయ్యి నలభై ఎనిమిది

బొమ్మ 2.13-2

స్థాన విలువలు పైన రాయకుండానే స్థానాలను గుర్తించి వాటి విలువలు చెప్పగలగాలి. అయిదు అంకెలు గల సంఖ్యలతో కూడా ఈ అభ్యాసాన్ని చేసి పరికరాల సహాయం లేకుండా స్థాన విలువలను మదిలోనే ఊహించుకోగల స్థాయికి పిల్లలు చేరుకోగలిగారో లేదో పరీక్షించండి.

చువ్వలతో చేసిన పూసల చట్రంకి బదులు చదరపు గళ్ళు గల కాగితంలోని నిలువ వరుసలను చువ్వలు గాను, చుక్కలను పూసలుగాను ఉపయోగించవచ్చు. ఇదే విధంగా పలక మీద కూడా పూసల చట్రం తయారు చేయవచ్చు.

బొమ్మ 2.13-3

ఉ. పలు అంకెలు గల సంఖ్యలను ఒకే సంఖ్యగా పరిగణించని బాలలుంటారు. పలు అంకెల గల సంఖ్యను ఒక అంకె గల సంఖ్యగా భావించే పిల్లలను గుర్తించి సరిచేయండి.

యూనిట్ III

పూర్ణాంకాలతో ప్రయోగాలు

3.1	కూడిక అంటే....
3.2	కూడిక మౌలిక వాస్తవాలు, గుణాలు; ఎక్కాలు
3.3	పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు
3.4	కూడిక ప్రక్రియ (Addition algorithm or process)
3.5	సంఖ్యలను పోల్చటం
3.6	తీసివేత అంటే....
3.7	తీసివేత ప్రక్రియ (Subtraction algorithm or process)
3.8	కూడిక, తీసివేతలకు మధ్య సంబంధం
3.9	అంకెలను విడిచి లెక్కించటం, ఒకే అంకెను మళ్ళీ మళ్ళీ కూడటం
3.10	హెచ్చవేత అంటే....
3.11	హెచ్చవేత మౌలిక వాస్తవాలు, గుణాలు; ఎక్కాలు
3.12	హెచ్చవేత ప్రక్రియ
3.13	భాగహారమంటే....
3.14	భాగాహార ప్రక్రియ
3.15	హెచ్చవేత, భాగాహారాల మధ్య సంబంధం

3.1

అ. కూడిక అంటే...

- అ. కొన్ని వస్తువులు గల రెండు (లేదా అంతకంటే ఎక్కువ) సమూహాలను కలిపితే ఒక పెద్ద సమూహం ఏర్పడుతుంది. రెండు సమూహాలు కలపగా వచ్చిన పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య రెండు సమూహాలలోని వస్తువుల సంఖ్య మొత్తం లేదా కూడిక. ఒక సమూహంలోని వస్తువులకు మరికొన్నింటిని చేర్చి సంఖ్యను పెంచవచ్చు. సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యకు, చేర్చిన వస్తువుల సంఖ్య కలిపితే పెరిగిన వస్తువుల మొత్తం సంఖ్య వస్తుంది.
- ఇ. సాధారణంగా దొరికే వస్తువులు (సీసా మూతలు, గింజలు, గుండీలు, గులకరాళ్ళు, పుల్లల కట్టలు)
- ఈ. (ప్రారంభంలో అయిదుకు మించని) వస్తువులతో ఒక సమూహాన్ని చేయండి. (ప్రారంభంలో అయిదుకు మించకుండా) వస్తువులతో మరొక సమూహాన్ని తయారు చేయండి. ఈ రెండు సమూహాలను ఒకటి చేయండి. రెండు సమూహాలలోని వస్తువులను వేరువేరుగా లెక్కించి, రెండు సమూహాలను ఒకటిగా చేసిన తరువాత అందులోని వస్తువులను లెక్కించమనండి. ఈ సంఖ్యరెండు సమూహాలలోని వస్తువుల సంఖ్యలను కలిపితే వచ్చిన

దానితో సమానమని గుర్తింప చేయండి.

ఈ కూడిక వాస్తవాన్ని రాయండి.

(ప్రారంభంలో ఆయిదుకు మించకుండా) కొన్ని వస్తువులతో ఒక సమూహాన్ని చేయండి.

మరికొన్ని వస్తువులు (ప్రారంభంలో ఆయిదుకు మించకుండా) దానికి చేర్చి పెరిగిన వస్తువుల సమూహంలోని సంఖ్యను కనుక్కోమనండి.

సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యకు, దానికి చేర్చిన వస్తువుల సంఖ్యను కలిపితే వచ్చిన సంఖ్య పెరిగిన వస్తువుల సమూహంలోని సంఖ్యకు సమానమని గుర్తింపచేయండి. ఈ కూడిక వాస్తవాన్ని రాయండి.

బొమ్మ 3.1-1

ఉ. సమూహంలోని వస్తువుల్లో కట్టలు ఉండవచ్చని గుర్తించండి.

3.2

అ. కూడిక మౌలిక వాస్తవాలు, గుణాలు; ఎక్కాలు

ఆ. ఒక అంకె గల రెండు సంఖ్యలను కూడినప్పుడు వాటి మొత్తం ఒక అంకె లేదా రెండు అంకెలు గల సంఖ్య అవుతుంది. పదుల స్థానంలో అంకె ఉంటే అది ఎప్పుడూ 1 అవుతుంది.

ఒక సంఖ్య తరువాత వచ్చే సంఖ్య మొదటిదానికన్నా 1 ఎక్కువ. ఇది 1 యొక్క కూడిక వాస్తవం. ఒకట్ల స్థానంలోని కూడిక, ఇతర స్థానాల్లోని అంకెల కూడిక ఒకే రకంగా ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్యకు సున్న కలిపితే అది మొదటి సంఖ్యకు సమానమవుతుంది. ఇది సున్నా యొక్క కూడిక వాస్తవం.

రెండు లేదా అంతకు మించిన సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చు. 0 నుండి 9 వరకు గల అంకెలతో రెండు సంఖ్యల కూడికలు మొత్తం వంద ఉంటాయి (0+0, 0+1, 0+2, 0+3..... 1+0, 1+1, 1+2..... 9+0, 9+1.....) వీటిల్లో 0 కూడిక వాస్తవం గలవి 19 (0+0, 0+1, 0+2... 1+0, 2+0.....). 1 కూడిక వాస్తవం గలవి 19 (1+0, 1+1, 1+2..... 0+1, 2+1, 3+1.....). తిరిగి అమర్చే గుణం ద్వారా 45 వాస్తవాలను మరో 45 వాస్తవాల నుంచి పొందవచ్చు.

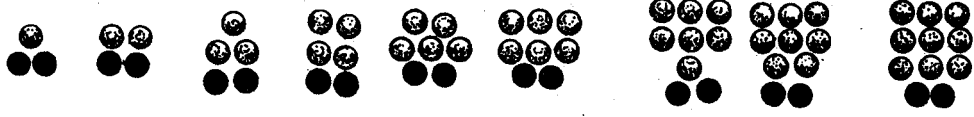
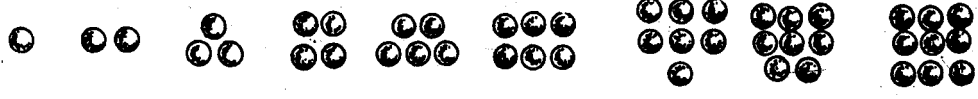
ఇ. చేతివేళ్ళు, పది చదరపు గళ్ళు గల కాగితపు ముక్కలు ఒకటి నుంచి తొమ్మిది వరకు చదరాలు గల కాగితపు ముక్కలు - ప్రతి ఒక్కటి రెండేసి, స్కేళ్ళు రెండు.

ఈ. మొత్తం తొమ్మిదికి మించకుండా ఉన్నప్పుడు ఒక అంకె గల రెండు సంఖ్యలను రెండు చేతివేళ్ళు ఉపయోగించి కూడవచ్చు. దీనిని 1 నుంచి లెక్కపెట్టి కూడవచ్చు లేదా ఒక సంఖ్యతో మొదలుపెట్టి ముందుకు లెక్కపెట్టడం ద్వారా కూడవచ్చు.

బొమ్మ 3.2-1

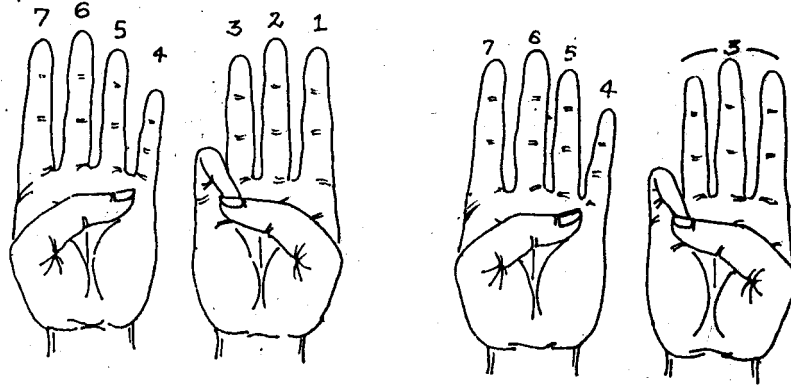
0 తోటి కూడిక వాస్తవాన్ని ఒక చేతిలో అన్ని వేళ్ళు ముడిచి ఉంచి, 1తో కూడిక వాస్తవాన్ని ఒక చేతిలో ఒక వేలు మాత్రమే తెరిచి ఉంచి తెలియచేయవచ్చు.

వస్తువులతో రెండు కూడిక పట్టిక



$1 + 2 = 3$, $2 + 2 = 4$, $3 + 2 = 5$

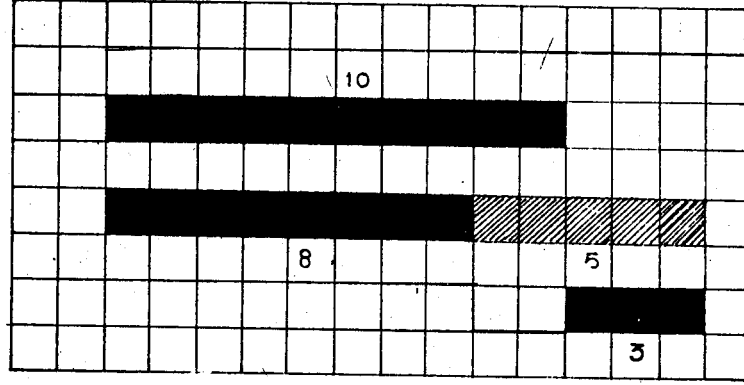
బొమ్మ 3.1-1



చేతి వేళ్ళతో తొమ్మిదికి మించని కూడికలు

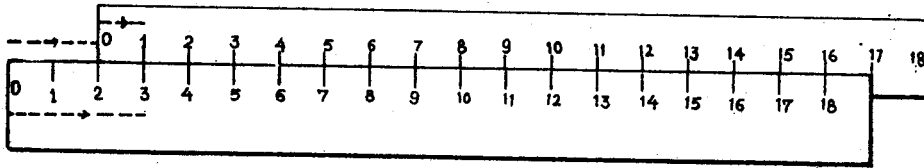
బొమ్మ 3.2-1

రెండంకెల సంఖ్యనిచ్చే కూడికలు



బొమ్మ 3.2-2

కొలతలు గల రెండు రూలర్లతో కూడికలు



$2+0=2, 2+1=3, 2+2=4$ and so on

బొమ్మ 3.2-3

ఒక అంకె గల రెండు సంఖ్యలను కూడటానికి పది చదరపు గళ్ళు గల కాగితపు ముక్కనీ, ఒకటి నుంచి తొమ్మిది వరకు చదరపు గళ్ళు ఉన్న కాగితపు ముక్కలనీ ఉపయోగించి చేయవచ్చు. ఒక స్థాయి నుంచి ముందుకు లెక్కపెట్టడం ద్వారా మొత్తాన్ని కనుక్కోవచ్చు.

బొమ్మ 3.2-2

వరస క్రమంలో అంకెలు గల రెండు రూలర్లను ఉపయోగించి ఒక అంకె గల రెండు సంఖ్యల కూడిక చేయవచ్చు. పైన ఒక రూలర్ని ఉంచండి. ఇది స్థిరంగా ఉంటుంది. కింద ఇంకొక రూలర్ని ఉంచండి. ఏ సంఖ్యతో కూడిక కావాలి అన్న దాని బట్టి కింది రూలర్ని జరపాలి. ఉదాహరణకు రెండుతో కూడికల క్రమం కావాలనుకోండి. పై రూలరులోని సున్నాకి దిగువుగా కింద రూలరులోని రెండు వచ్చేలా కింది రూలరును జరపండి. రెండుకి పై రూలరులోని సంఖ్య కలిపితే ఎంత వస్తుందో ఆ సంఖ్యకు దిగువునున్న కింద రూలరులోని సంఖ్య తెలియచేస్తుంది. ఇలా రూలరును జరుపుకుంటూ 9 వరకు మౌలిక కూడిక వాస్తవాలను చదవవచ్చు.

బొమ్మ 3.2-3

ఈ వాస్తవాలను ఒక చదరపు పట్టిక రూపంలో నమోదు చేయండి. కూడికల మొత్తం పునరావృతం కావటం గమనించండి. తిరిగి అమర్చే గుణం వల్ల ఇవి ఏర్పడుతున్నాయి. పై రూలరులోని సున్నాకి దిగువగా కింది రూలరులోని సున్నా వచ్చేలా కింది రూలరును జరపడం ద్వారా 0 యొక్క కూడిక వాస్తవాలను చదవవచ్చు. ఇదే విధంగా పై రూలరులోని 0కి దిగువుగా కింది రూలరులోని 1 వచ్చేలా జరిపి 1 యొక్క కూడిక వాస్తవాలను చదవవచ్చు.

0 నుంచి 9 వరకు గల ఒక అంకె సంఖ్యల కూడిక మౌలిక వాస్తవాలను నమోదు చేయమనండి.

3.3

అ. పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు

- అ. ఒక పూర్ణసంఖ్యను రెండు పూర్ణ సంఖ్యల కూడికల మొత్తంగా చెప్పవచ్చు. ఇటువంటి కూడికల వాస్తవాలు పూర్ణసంఖ్యల పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు. ఏదైనా ఒక సంఖ్య యొక్క పరిపూరక కూడిక వాస్తవం ఆ సంఖ్య కంటే ఒకటి ఎక్కువ. ఉదాహరణకు 9కి పరిపూరక కూడిక వాస్తవాల సంఖ్య పది. ఒకవేళ సున్నాని తీసివేసినట్లయితే పరిపూరక కూడిక వాస్తవాల సంఖ్య ఆ సంఖ్య కంటే ఒకటి తక్కువ. అంటే 0ని లెక్కలోకి తీసుకోకపోతే 9కి పరిపూరక కూడిక వాస్తవాల సంఖ్య ఎనిమిది.
- ఇ. చేతివేళ్ళు, 1,2,3....పది చదరపు గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు, వరుస క్రమంలో అంకెలున్న రెండు రూలర్లు.
- ఈ. ఒక చేతి వేళ్ళను ఉపయోగించి 5కి పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలను చూపండి. ఏ రెండు సంఖ్యలు కూడితే అయిదు వస్తుందో వాటిలో ఒక దానిని తెరిచిన వేళ్ళతోను మరొక దానిని మూసిన వేళ్ళతోను సూచించండి. అలాగే రెండు చేతుల వేళ్ళను ఉపయోగించి 10కి

పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలను రాయమనండి. 5కి మాదిరిగానే కూడవలసిన రెండు సంఖ్యలలో ఒక దానిని తెరిచిన వేళ్ళతోనూ మరొక దానిని మూసిన వేళ్ళతోనూ నూచించండి.

బొమ్మ 3.3-1

పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలను తెలుసుకోవాల్సిన సంఖ్యకు సమానంగా గళ్ళు గల కాగితం ముక్కను తీసుకోండి. ఈ కాగితంలోని కొన్ని చదరపు గళ్ళు వెనక్కి మడవండి. కాగితంలోని మొత్తం గళ్ళ సంఖ్యకు వెనుకకు మడిచిన గళ్ళ సంఖ్య, ముందుకున్న గళ్ళ సంఖ్య పరిపూరక కూడిక వాస్తవమవుతుంది.

బొమ్మ 3.3-2

క్రమంలో అంకెలున్న రెండు రూలర్లు తీసుకోండి. అయితే ఈ రెండు రూలర్లలో అంకెలు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేక దిశలో ఉండాలి. పైన సవ్యదిశలో అంకెలున్న రూలరును ఉంచండి. కింద వ్యతిరేక దిశలో ఉన్న రూలర్ని ఉంచి ఏ సంఖ్యకు పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు కనుక్కోవాలో ఆ సంఖ్యను పై రూలరులోని సున్న కిందకి వచ్చేలా జరపండి.

బొమ్మ 3.3-3

ఇప్పుడు రెండు రూలర్లలో జతపడిన అంకెలను చదివితే ఆ సంఖ్యకు పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు వస్తాయి. బొమ్మ 3.3-4

3.4

అ. కూడిక ప్రక్రియ

అ. పది ఒకట్లు ఒక పదిగా మారతాయి.

పది పదులు ఒక వందగా మారతాయి.

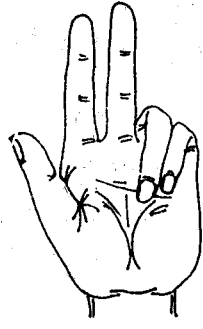
పది వందలు ఒక వెయ్యిగా మారతాయి.....

పదకొండు ఒకట్లను ఒక పది, ఒక ఒకటిగా రాయవచ్చు.....

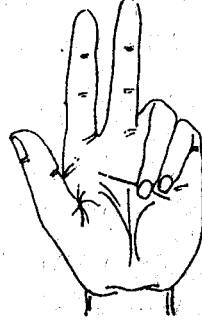
పలు అంకెలు గల సంఖ్యలను కూడేటప్పుడు ఒకట్ల స్థానంతో మొదలుపెట్టి ఆయా స్థానాల్లో ఉన్న అంకెలను కూడాలి. ఏ స్థానంలోనైనా కూడిక తొమ్మిదికి మించినప్పుడు, పై స్థానం నూచించే విలువను కుడి పక్కనున్న స్థానంలోని అంకెలతో కలిపి కూడటానికి తీసుకెళ్ళాలి.

ఇ. పది పుల్లలు గల కట్టలు, విడి పుల్లలు; పది కాగితాలు గల గుత్తులు, విడి కాగితాలు. ఇవి రెండంకెల సంఖ్యల కూడికకు సహాయపడతాయి. పది పుల్లలు గల పది కట్టలతో కట్టిన కట్ట లేదా వంద పుల్లల కట్ట (9), పది పుల్లలు గల కట్టలు (10), విడి పుల్లలు (9); పది కాగితాలు గల గుత్తులు పదింటిని కలిపికట్టిన పెద్ద గుత్తి లేదా వంద కాగితాల గుత్తి (9), పది కాగితాలు గల గుత్తులు (10), విడి కాగితాలు (10); 10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు, పది చదరపు గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు, విడి చదరపు గళ్ళు. ఇవన్నీ మూడంకెల సంఖ్యల కూడికకు సహాయపడతాయి.

చెక్క, దిమ్మకు సమదూరంలో అయిదు ఊచలు దిగగొట్టి తయారు చేసుకున్న పూసల



$$3 + 2 = 5$$



$$3 + 7 = 10$$

చేతివేళ్ళతో పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు

బొమ్మ 3.3-1



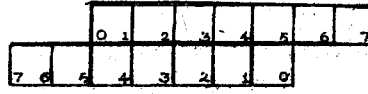
6



$$2 + 4 = 6$$

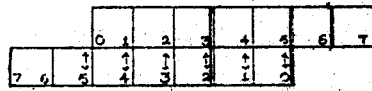
చదరపు గళ్ళ కాగితంలో పరిపూరక వాస్తవాలు

బొమ్మ 3.3-2



కొలతలు గల రూలర్లతో పరిపూరక కూడికలు

బొమ్మ 3.3-3



$$4 + 1 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

5 యొక్క పరిపూరక కూడిక వాస్తవాలు

బొమ్మ 3.3-4

చట్రం. పూసలు లేదా రంధ్రాలు చేసిన సీసా మూతలు. ఇవి నాలుగు అంకెలు గల సంఖ్యల కూడికకు దోహదపడతాయి.

ఈ. రెండు రెండంకెల సంఖ్యల కూడిక :

కూడవలసిన రెండంకెల సంఖ్యలను పదిపుల్లలు గల కట్టలతోనూ, విడి పుల్లలుతోనూ సూచించండి.

విడి పుల్లలను కూడగా పది కంటే ఎక్కువ ఉంటే పది విడిపుల్లలకు బదులు ఒక పది పుల్లల కట్ట తీసుకోండి. మిగిలి ఉన్న విడిపుల్లలను లెక్కపెట్టి ఒకట్ల స్థానంలో నమోదు చేయండి. ముందుగా ఉన్న పదుల కట్టలకు కొత్తగా వచ్చిన పదుల కట్ట చేర్చి మొత్తం ఎన్నో లెక్కపెట్టి ఆ అంకెను పదుల స్థానంలో నమోదు చేయండి. ఇలా వచ్చిన మొత్తమే కూడికఫలం. ఇదే అభ్యాసాన్ని కాగితాల గుత్తులు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలతో చేయవచ్చు.

రెండు మూడంకెల సంఖ్యల కూడిక :

వంద పుల్లలు గల కట్టలు, పది పుల్లలు గల కట్టలు, విడి పుల్లలతో కూడవలసిన మూడంకెల సంఖ్యలను చూబించండి.

విడి పుల్లలు మొత్తం తొమ్మిది కంటే ఎక్కువుంటే పది పుల్లలకు బదులుగా ఒక పదుల కట్టను మార్చండి. మిగిలి ఉన్న విడి పుల్లలను లెక్కపెట్టి ఒకట్ల స్థానంలో నమోదు చేయండి. కొత్తగా వచ్చిన పదుల కట్టను ముందుగా ఉన్న పదుల కట్టలతో కలిపి కూడండి. పదుల కట్టలు తొమ్మిది కంటే ఎక్కువుంటే పది పదిపుల్లల కట్టలకు బదులుగా ఒక వంద పుల్లల కట్టను తీసుకోండి. మిగిలి ఉన్న పది పుల్లల కట్టలు లెక్కపెట్టి పదుల స్థానంలో నమోదు చేయండి. ముందుగా ఉన్న వంద పుల్లల కట్టలతో కొత్తగా వచ్చిన వంద పుల్లల కట్ట కలిపి మొత్తం లెక్కపెట్టి వందల స్థానంలో నమోదు చేయండి. ఇప్పుడు వచ్చిన మొత్తమే కూడిక ఫలితం.

ఇదే అభ్యాసాన్ని కాగితాల గుత్తులతోనూ, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలతోనూ చేయవచ్చు.

రెండు నాలుగంకెల సంఖ్యల కూడిక :

అయిదు చువ్వులు గల పూసల చట్రం మీద రెండంకెల సంఖ్యల కూడికలు మూడంకెల సంఖ్యల కూడికలు చేయించి కూడికకు పూసలచట్రం ఉపయోగించటం అలవాటయ్యేలా చేయండి. ఏ చువ్వులోనైనా పూసలు పదికి మించితే ఆ పది పూసలకు బదులు దానిక్రింద ఉన్నతస్థాయిని సూచించే చువ్వుకున్న పూసలకు తోడు మరొక పూస వచ్చి చేరుతోందన్న విషయం గమనింపజేయండి. నాలుగు అంకెల సంఖ్యలను కూడటానికి ఆ సంఖ్యలను పూసలచట్రం మీద చూపించండి. ఒకట్ల స్థానం సూచించే చువ్వుతో మొదలుపెట్టి దానికి ఉన్న పూసలు లెక్కపెట్టండి. అవి తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ ఉంటే ఒకట్ల చువ్వు నుంచి పది పూసలు తీసివేసి వాటికి బదులు (ఎడమవైపునున్న) పదుల స్థానం సూచించే చువ్వుకు ఒక పూస గుచ్చాలి. ఇప్పుడు పదుల స్థానం చువ్వుకు ఎన్ని పూసలున్నాయో చూడండి. దీని మీద పూసలు తొమ్మిది కంటే ఎక్కువ ఉంటే దాని మీద నుంచి పది పూసలు తీసివేసి వందల స్థానం సూచించే చువ్వుకు ఒక పూస గుచ్చాలి. ఇలా అన్ని చువ్వుల్లోనూ చెయ్యాలి. ఇది

పూర్తయిన తరువాత ఏ చువ్వలోనూ తొమ్మిదికి మించి పూసలు లేవని గమనించండి. ఈ ప్రక్రియ పూర్తయిన తరువాత పూసలచట్రం సూచించే సంఖ్య రెండు నాలుగంకల సంఖ్యల మొత్తం.

- ఉ. పూసలచట్రంలోని (పదుల స్థానంలోని) ఒక పూస పది పూసల్ని సూచిస్తుంది కాబట్టి ఇది పూర్తి స్థూల (concrete) అనుభవం కాదు. అందుకని కూడిక ప్రక్రియ పూసలచట్రంతోనే ఆరంభించడం సరియినది కాదు.

ఒక ప్రక్రియలోని భావనని అర్థం చేసుకోవడానికి, అవగాహన చేసుకోటానికి స్థూల పరికరాలు తోడ్పడతాయి. అయితే ఈ భావన మనస్సులో హత్తుకుపోయిన తరువాత స్థూల పరికరాల అవసరం ఉండదు. అందుకనే నాలుగు కంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్యలను కూడటంలో గాని, హెచ్చవేయటంలో గాని పరికరాల ఉపయోగాన్ని ప్రోత్సహించకూడదు.

3.5

అ. సంఖ్యలను పోల్చటం

- ఆ. ఒక అంకె సంఖ్యలుగల రెండు సమూహాలలోని వస్తువులను ఒకదానికొకటి జతకట్టి ఏది పెద్దదో తేలికగా చెప్పగలం.

రెండు సహజసంఖ్యలలో దేంట్లో ఎక్కువ అంకెలు ఉంటే అది పెద్దది. రెండు రెండంకెల సంఖ్యలలో పదుల స్థానంలోని అంకెలు వేరు వేరు అయితే పెద్ద అంకె ఉన్నది పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. అదే పదుల స్థానంలోని అంకెలు ఒకటే అయితే ఒకట్ల స్థానంలో దేనికి పెద్ద అంకె ఉందో అది పెద్దదవుతుంది. రెండు మూడంకెల సంఖ్యలలో వందల స్థానంలోని అంకెలు వేరు వేరు అయితే పెద్ద అంకె ఉన్నది పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. వందల స్థానంలోని అంకెలు సమానమయితే పదుల స్థానంలో దేనికి పెద్ద అంకె ఉందో అది పెద్దది అవుతుంది. వందల స్థానంలోనూ, పదుల స్థానంలోనూ అంకెలు ఒకటే అయితే ఒకట్ల స్థానంలో దేనికి పెద్ద అంకె ఉందో అది పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. ఇలాగే ఇతర పలు అంకెల సంఖ్యలను పోల్చవచ్చు.

- ఇ. 10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు, 10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు, విడిచదరపు గళ్ళు, నాలుగు చువ్వలు గల పూసలచట్రాలు రెండు, పూసలు లేదా మధ్యలో రంధ్రాలున్న వస్తువులు.

- ఈ. మూడంకెల సంఖ్యలను పోల్చటానికి వాటిని ముందు 10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు, 10చదరపు గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు, విడి చదరపు గళ్ళతో చూపించండి. ముందు వందలు, తరువాత పదులు, తరువాత ఒకట్లు పోలుస్తూ ఏది పెద్దదో నిర్ణయించండి. నాలుగు అంకెలు గల సంఖ్యలను పోల్చటానికి ముందు వాటిని పూసలచట్రం మీద చూపండి. తరువాత ఉన్నత స్థానం నుంచి మొదలుపెట్టి ఒకటొకటిగా అన్ని స్థానాలను పోల్చి ఏ సంఖ్య పెద్దదో చెప్పండి. పూసలచట్రం మీద ముందు రెండంకెల సంఖ్యలను, మూడంకెల సంఖ్యలను పోల్చే అభ్యాసం చేయించితే తరువాత నాలుగంకెల సంఖ్యలను

పోల్చటం తేలికవుతుంది.

ఉ. నాలుగంకెలకు మించిన సంఖ్యలను పోల్చటానికి పరికరాల అవసరం ఉందని స్థాయికి పిల్లలు ఎదగాలి.

అసమానత్వం సంకేతాల అయిన ఎక్కువ >, తక్కువ < గుర్తులలో సందర్భాన్ని బట్టి ఏదో ఒకటి మాత్రమే హత్తుకుపోయేలా బోధించాలి.

బొమ్మ 3.5-1

రెండవ సంకేతాన్ని బాలలు సహజంగానే తమంతట తాము నేర్చుకోగలుగుతారు. బొమ్మను తలకిందులుగా పట్టుకోండి.

3.6

అ. తీసివేత అంటే....

ఆ. ఒక సమూహంలోంచి కొన్నింటిని తీసివేసినప్పుడు ఎన్ని (ఎంత) మిగిలాయో తెలుసుకోటానికి తీసివేత అవసరమవుతుంది. రెండు సమూహాలను పోల్చిన సందర్భంలో కూడా తీసివేత అవసరమవుతుంది. రెండు సమూహాల్లో ఏది పెద్దదో, చిన్న సమూహం పెద్దదానికంటే ఎంత చిన్నదో (లేదా పెద్ద సమూహం చిన్నదానికంటే ఎంత పెద్దదో) తెలుసుకోటానికి పెద్ద సమూహంలోని సంఖ్య నుంచి చిన్న సమూహంలోని సంఖ్య తీసివేయాలి. పరిపూరక కూడిక సందర్భంలో కూడా తీసివేత అవసరమవుతుంది. కొన్ని వస్తువులనిచ్చి ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్యను పూర్తి చెయ్యడానికి ఇంకా ఎన్ని వస్తువులు అవసరమవుతాయో కనుక్కోవటానికి తీసివేత అవసరమవుతుంది.

ఇ. రకరకాల వస్తువులు, చేతివేళ్ళు, వరుసక్రమంలో సంఖ్యలున్న రెండు రూలర్లు.

ఈ. కొన్ని వస్తువుల్ని తీసుకోండి, వాటిలోంచి కొన్ని వస్తువులను తీసివేయండి. ఎన్ని మిగిలి ఉన్నాయో తెలుసుకోటానికి ముందు ఉన్న వస్తువుల సంఖ్య నుంచి తీసివేసిన వస్తువుల సంఖ్య తీసివేయండి.

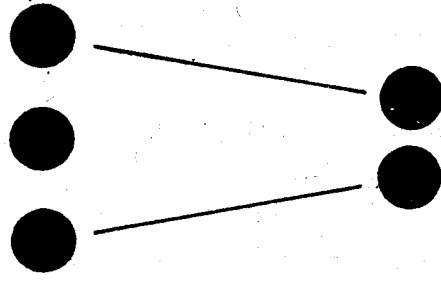
బొమ్మ 3.6-1

కొన్ని వస్తువుల సమూహం తీసుకోండి. మీ కళ్ళు మూసుకుని ఇంకొకళ్ళని దాంట్లోంచి కొన్ని వస్తువుల్ని తీసివెయ్యమనండి. కళ్ళు తెరిచి ఎన్ని వస్తువులు తీసివేశారో కనుక్కోండి. ముందున్న వస్తువుల సంఖ్య నుంచి మిగిలి ఉన్న వస్తువుల సంఖ్య తీసివేస్తే ఎన్ని వస్తువులు తీసివేశారో తెలుస్తుంది.

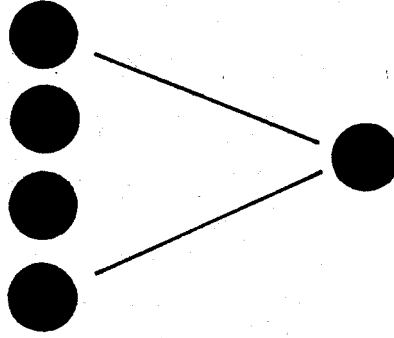
బొమ్మ 3.6-2

రెండు రకాల వస్తువులతో ఒక సమూహాన్ని చెయ్యండి. ఒక రకం వస్తువుల సంఖ్యనిచ్చినప్పుడు రెండవ రకం వస్తువుల సంఖ్యను తెలుసుకోటానికి మొత్తం సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యనుంచి మొదటి రకం వస్తువుల సంఖ్యను తీసివెయ్యాలి.

కొన్ని వస్తువులతో రెండు సమూహాల్ని తీసుకోండి. ఏ సమూహంలో ఎక్కువ వస్తువులున్నాయో (లేదా ఏ సమూహంలో తక్కువ వస్తువులున్నాయో) తెలుసుకోటానికి రెండు సమూహాలలోని వస్తువుల సంఖ్యలను పోల్చాలి. తక్కువ ఉన్న సమూహంలో ఎక్కువ ఉన్న సమూహంలో



$$3 > 2$$



$$4 > 1$$

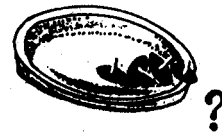
(కంటే ఎక్కువ) > అను సంకేతానికి హేతువు

బొమ్మ 3.5-1



తీసివేసిన తరువాత ఏమి మిగులుతుందో తెలుసుకోవటం

బొమ్మ 3.6-1



మిగిలి ఉన్న వాటి బట్టి ఎన్ని తీసేశారో తెలుసుకోవటం

బొమ్మ 3.6-2

కంటే ఎన్ని తక్కువ ఉన్నాయో తెలుసుకోటానికి ఎక్కువ ఉన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య నుంచి తక్కువ ఉన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యను తీసివెయ్యాలి.

కొన్ని వస్తువులతో ఒక సమూహాన్ని తీసుకోండి. దీనిని ఇంకా పెద్దది చేయాలనుకోండి, ఆ పెద్ద సంఖ్యకు చేరుకోడానికి ఇంకా ఎన్ని వస్తువులు చేర్చాలో తెలుసుకోటానికి నిర్ధారిత పెద్ద సంఖ్య నుండి ప్రస్తుతం ఉన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యను తీసివేయండి.

చేతివేళ్ళను ఉపయోగించటం :

కొన్ని వేళ్ళను తెరిచి లెక్కపెట్టండి. వీటిల్లో కొన్నింటిని ముడిచి, ముడిచిన వాటిని లెక్కపెట్టండి. ఇంకా తెరిచి ఉన్న వేళ్ళను తెలుసుకోటానికి ముందు మొత్తం తెరిచిన వేళ్ళ సంఖ్య నుంచి తరువాత మూసిన వేళ్ళ సంఖ్యను తీసివెయ్యండి.

ఎడమ చేతిలో కొన్ని వేళ్ళను తెరవండి. కుడిచేతిలో కొన్ని వేళ్ళను తెరవండి. రెండు చేతులపైన తెరిచిన వేళ్ళ సంఖ్య పోల్చి ఏ చేతిలో ఎక్కువ వేళ్ళు తెరిచారో కనుక్కోండి. ఎక్కువ తెరిచిన వేళ్ళున్న చేతిలో ఎన్ని వేళ్ళు ఎక్కువ తెరిచి ఉన్నాయో తెలుసుకోటానికి ఎక్కువ తెరిచిన వేళ్ళ సంఖ్య నుంచి తక్కువ తెరిచిన వేళ్ళ సంఖ్య తీసివెయ్యండి.

కొన్ని వేళ్ళను తెరవాలని మనసులో అనుకోండి. దానికంటే తక్కువ వేళ్ళు తెరవండి. ముందుగా తెరవాలనుకున్నవేళ్ళకావటానికి ఇంకా ఎన్ని వేళ్ళు తెరవాలో తెలుసుకోటానికి మనసులో అనుకున్న సంఖ్య నుంచి తెరిచిన వేళ్ళ సంఖ్య తీసి వెయ్యండి.

వరుస క్రమంలో సంఖ్యలు వేసి ఉన్న (రెండు) రూలర్లను ఉపయోగించడం :

ఒక రూలర్‌ని స్థిరంగా ఉంచండి. పై రూలరులోని ఏదైనా పెద్ద సంఖ్యతో కింద రూలరులోని చిన్న సంఖ్య కలిపేలా రెండవ రూలరుని ఉంచండి. కింద రూలరులోని సున్నాకి ఎగువన ఉన్న సంఖ్య పైన కింద ఉన్న సంఖ్యల మధ్య తేడాను సూచిస్తుంది (తీసివేయటం).

బొమ్మ 3.6-3

రెండు రూలర్లలోని సున్నాలు ఒకదాని కింద ఒకటి ఉండేలా రూలర్లని అమర్చండి. పై రూలరులోని పెద్ద సంఖ్యను చేరటానికి కింద రూలరులోని చిన్న సంఖ్యకు ఎంత కలపాలో తెలుసుకోవటం ద్వారా రెండు సంఖ్యల మధ్య తేడాను కనుగొనవచ్చు (పరిపూరక కూడిక సందర్భం.)

బొమ్మ 3.6-4

పెద్ద సంఖ్యలోంచి ఎంత తీసివేయాలో తెలుసుకోవటం ద్వారా కూడా తేడాను కనుక్కోవచ్చు (పోలిక).

బొమ్మ 3.6-5

3.7

అ. తీసివేత ప్రక్రియ

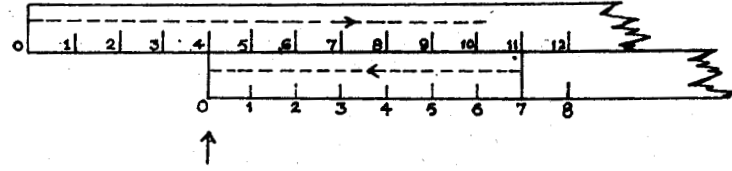
అ. ఒక పదిని పది ఒకట్లుగా మార్చవచ్చు.

ఒక వందని పది పదులుగా మార్చవచ్చు.

ఒక వందని తొమ్మిది పదులుగాను, పది ఒకట్లుగాను మార్చవచ్చు (బొమ్మ చూడండి).

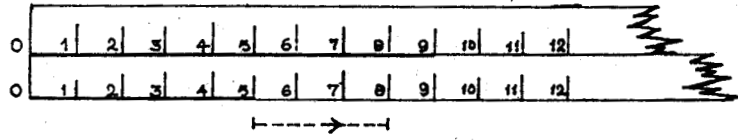
బొమ్మ 3.7-1

తీసివేయటం ద్వారా తీసివేత



$$11 - 7 = 4$$

బొమ్మ 3.6-3

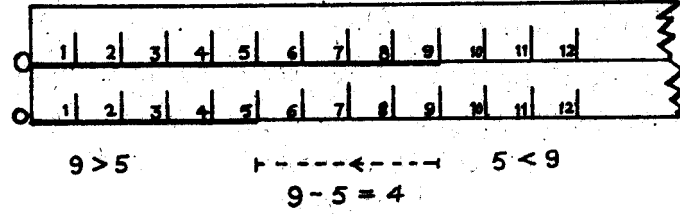


$$5 + ? = 8 \rightarrow 8 - 5 = 3$$

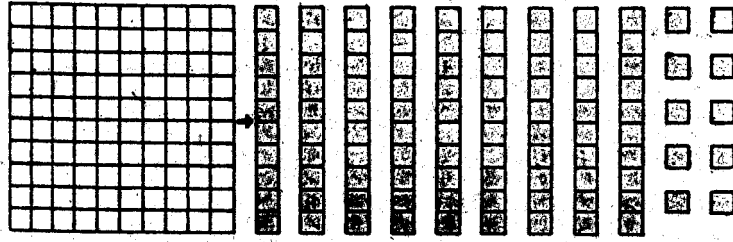
పరిపూరక కూడిక ద్వారా తీసివేత

బొమ్మ 3.6-4

సరిక ద్వారా తీసేత



బొమ్మ 3.6-5



1 వంద = 9 పదులు, 10 ఒకట్లు

బొమ్మ 3.7-1

ఒక వెయ్యిని పది వందలుగా మార్చవచ్చు.

ఒక వెయ్యిని తొమ్మిది వందలగాను, పది పదులుగాను మార్చవచ్చు.

ఒక వెయ్యిని తొమ్మిది వందలగాను, తొమ్మిది పదులుగాను, పది ఒకట్లగాను మార్చవచ్చు...

ఒక చిన్న పలు అంకెల సంఖ్యని ఒక పెద్ద పలు అంకెల సంఖ్య నుంచి తీసివేసి సందర్భంలో ఏ స్థానంలోనైనా తీసి వేయవలసిన అంకె పై అంకె కంటే పెద్దదైతే, పై అంకెకు ఎడమ వైపునున్న స్థానం నుంచి (ఉంటే) ఒకటి అప్పుతెచ్చుకుని దానిని కుడివైపు స్థానంలోని పదిగా మార్చుకుని తీసివేత పూర్తిచెయ్యాలి.

ఇ. పది పుల్లల కట్టలు పదిగల పెద్ద కట్టలు లేదా వంద పుల్లల కట్టలు, పది పుల్లల కట్టలు, విడిపుల్లలు; పదికాగితాల గుత్తులు పదిగల పెద్ద గుత్తులు లేదా వంద కాగితాల గుత్తులు, పది కాగితాల గుత్తులు, విడి కాగితాలు.

10x10 గళ్ళుగల కాగితాలు, పది గళ్ళు గల కాగితాలు, విడిగళ్ళు.

నాలుగు చువ్వులు గల పూసలచట్రం, పూసలు, పదిగళ్ళు గల కాగితపు అబాకస్.

ఈ. పెద్ద రెండంకెల సంఖ్య నుంచి చిన్న రెండంకెల సంఖ్య తీసివెయ్యటం:

పెద్ద రెండంకెల సంఖ్యను పది పుల్లల కట్టలు, విడిపుల్లలతో చూపించండి. చిన్న రెండంకెల సంఖ్యను ఇప్పుడు దీంట్లోంచి తీసెయ్యగలరో లేదో చూడండి. ఒకవేళ విడిపుల్లలు (ఒకట్లు) సరిపడేటన్ని లేకపోతే ఒక పదిపుల్లల కట్టను ఊడదీసి విడిపుల్లలతో కలపండి (ఒక పదిని పది ఒకట్లుగా మార్చుకోండి). ఇప్పుడు తీసెయ్యాలిన్న విడిపుల్లల్ని తీసివెయ్యండి. పదుల కట్టల్లోంచి తీసివెయ్యవలసినన్ని తీసివెయ్యండి. ఇప్పుడు మిగిలిన పది పుల్లల కట్టలు, విడి పుల్లలు తీసివేత పలాన్ని తెలియచేస్తాయి.

పుల్లల కట్టలకు బదులు కాగితాల గుత్తులతో, చదరపు గళ్ళ కాగితాలతో ఈ అభ్యాసాన్ని చేయించవచ్చు.

పెద్ద మూడంకెల సంఖ్య నుండి చిన్న మూడంకెల సంఖ్య తీసివెయ్యటం :

పది పుల్లల కట్టలు పది గల పెద్ద కట్టలు, పది పుల్లల కట్టలు, విడిపుల్లలు ఉపయోగించి పెద్ద మూడంకెల సంఖ్యను సూచించండి. ఉన్నవాటితోటి చిన్న మూడంకెల సంఖ్యను తీసివెయ్యటం వీలవుతుందేమో చూడండి. ఒకవేళ చాలినన్ని విడిపుల్లలు లేదా కట్టలు లేకపోతే ఇంతకు ముందు మాదిరిగానే ఎడమ (ఉన్నత) స్థానం నుంచి ఒకటి అప్పుతెచ్చుకుని పదిగా మార్చుకుని కొనసాగించండి.

పుల్లలకు బదులు కాగితం ముక్కలు, చదరపు గళ్ళ కాగితాలు కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

పెద్ద నాలుగంకెల సంఖ్య నుండి చిన్న నాలుగంకెల సంఖ్య తీసివెయ్యటం :

పూసలచట్రం మీద పెద్ద నాలుగంకెల సంఖ్యను సూచించండి. చిన్న నాలుగంకెల సంఖ్యను తీసివెయ్యటానికి ఒకట్ల స్థానం నుంచి మొదలుపెట్టండి. ఒకట్ల స్థానంలో తీసెయ్యాలిన్న పూసలు లేకపోతే పదుల స్థానం నుంచి ఒక పూస తీసిసి ఒకట్ల స్థానంలో పది పూసలు వెయ్యాలి. ఇప్పుడు ఒకట్ల స్థానం నుంచి తీసెయ్యాలిన్న పూసలు తీసెయ్యండి. ఇప్పుడు పదుల స్థానంలో తీసెయ్యాలిన్న పూసలు ఉన్నాయో లేదో చూడండి. ఒకవేళ లేకపోతే

- వందల స్థానం నుంచి ఒక పూసతీసి పదుల స్థానంలో పది పూసలు చేసి తీసివేత పూర్తిచెయ్యాలి. ఇలాగే మొత్తం కొనసాగించాలి.
- ఉ. నాలుగుకు మించి అంకెలున్న పలు అంకెల సంఖ్యల తీసివేతకు ఉపకరణాలను ఉపయోగించే అవసరం ఉండకూడదు.

3.8

అ. కూడిక, తీసివేతలకు మధ్య సంబంధం

- ఆ. ప్రతి కూడిక వాస్తవానికి రెండు తీసివేత వాస్తవాలు ఉంటాయి.
 ప్రతి తీసివేత వాస్తవానికి ఒక కూడిక వాస్తవముంటుంది.
 ప్రతి తీసివేత వాస్తవానికి ఒక సహ (associated) తీసివేత వాస్తవముంటుంది.
- ఇ. వస్తువులు, చదరపు గళ్ళు.
- ఈ. కొన్ని వస్తువుల సమూహాన్ని తీసుకోండి. దీనిని రెండు చిన్న సమూహాలుగా విడగొట్టండి. ఈ పరిస్థితిని నాలుగు రకాలుగా సమీక్షించవచ్చు.
 పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య నుంచి ఒక చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య తీసివేస్తే రెండవ చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య వస్తుంది.

బొమ్మ 3.8-1

ఒక కూడిక వాస్తవం నుంచి రెండు తీసివేత వాస్తవాలు పొందవచ్చున్నది గమనించండి. పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య, ఒక చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య తెలిసినప్పుడు రెండవ చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య తీసివేత ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు.

బొమ్మ 3.8-2

ఒక తీసివేత వాస్తవం నుంచి ఇంకొక సహ తీసివేత వాస్తవాన్ని పొందవచ్చున్నది గమనించండి.

బొమ్మ 3.8-3

పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య నుంచి ఇంకొక చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యను తీసివేస్తే (ఒక చిన్న సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య) వస్తుందని తెలిసినప్పుడు, పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య రెండు చిన్న సమూహాల్లోని వస్తువుల సంఖ్యలను కలిపితే వస్తుందని తెలుసుకోవచ్చు.

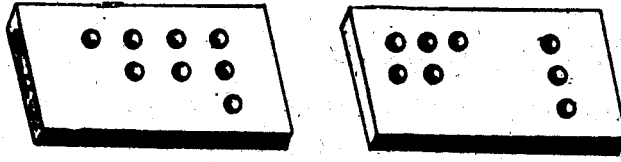
ఒక తీసివేత వాస్తవం నుంచి ఒక కూడిక వాస్తవం వస్తుందని గమనించండి.

- ఉ. సాధారణ సమీకరణాలను పరిష్కరించడానికి ఈ అభ్యాసం ఎంతగానో తోడ్పడుతుంది.

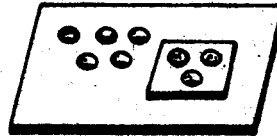
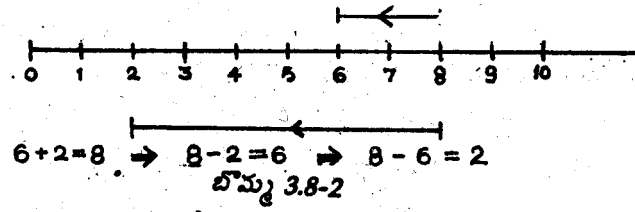
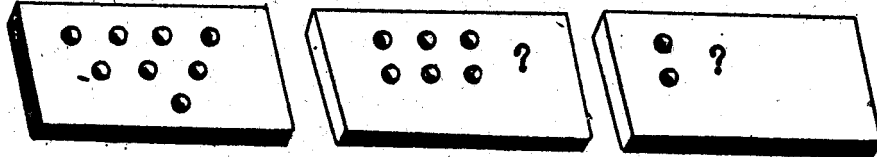
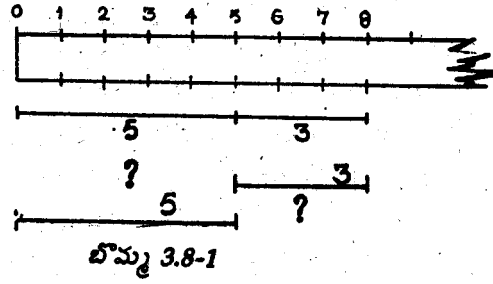
3.9

అ. అంకెలను విడిచి లెక్కించటం; ఒకే అంకెను మళ్ళీ మళ్ళీ కూడటం

- ఆ. ఒకటి చొప్పున (లేదా పదుల చొప్పున) లెక్కపెట్టడానికి బదులు రెండు చొప్పున, మూడు చొప్పున, నాలుగు చొప్పున, అయిదు చొప్పున లెక్కపెట్టవచ్చు. సమానంగా వస్తువులున్న కొన్ని సమూహాల్లోని మొత్తం వస్తువుల సంఖ్యను అంకెలను విడిచి లెక్కపెట్టటం ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు.



$5 + 3 = 8$
 $\Rightarrow 8 - 3 = 5$
 ~~$8 - 5 = 3$~~



$3 = 8 - 5 \Rightarrow 5 = 8 - 3$

దొమ్మి 3.8-3

అంకెలను విడిచి లెక్క పెట్టడం ద్వారా ఒక అంకెను మళ్ళీ మళ్ళీ కూడే ప్రక్రియ చేయవచ్చు.

ఇ. గింజలు, వేలి ముద్దర్లు, కాగితాల గుత్తులు.

- ఈ. ఒక సమూహంలోని గింజలను జతలు జతలుగా పేర్చండి. అంకెలను విడిచి లెక్క పెట్టడం 2,4,6... ద్వారా మొత్తం సమూహంలో ఎన్ని గింజలున్నాయో తెలుసుకోండి. ఇంకొక సమూహంలోని గింజలను మూడేసి చొప్పున అమర్చండి. ఈసారి 3,6,9.... అంటూ అంకెలను విడిచి లెక్క పెట్టి మొత్తం సమూహంలోని ఎన్ని వస్తువులున్నాయో తెలుసుకోండి. రెండు చేతివేళ్ళతో ముద్దరలు వేసి రెళ్ళు, మూళ్ళు చొప్పున విడిచిపెట్టి లెక్కించండి. నాలుగేసి చొప్పున కొన్ని కాగితాల గుత్తులు తీసుకోండి. మొత్తం ఎన్ని కాగితాలున్నాయో అంకెలను విడిచి లెక్క పెట్టడం ద్వారా తెలుసుకోండి. కొన్ని వస్తువుల సమూహాన్ని తీసుకోండి. మూడేసి చొప్పున లెక్క పెడుతూ చివరికి 1గాని రెండు గాని వస్తువులు మిగిలితే వాటిని కూడా (ఒకట్లు చొప్పున) లెక్క పెట్టి మొత్తం ఎన్ని ఉన్నాయో కనుక్కోండి.

3.10

అ. హెచ్చవేత అంటే....

- ఆ. రెండు సమూహాల్లోని వస్తువుల సంఖ్య సమానమైనప్పుడు వాటిని కలిపి పెద్ద సమూహంగా ఏర్పరిస్తే పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య ఒక సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యను రెండుతో హెచ్చవేస్తే వచ్చే సంఖ్యకు సమానం. అంటే ఇది రెండు సమాన సంఖ్యల కూడిక ఫలం. అదే విధంగా మూడు సమాన సమూహాలను కలిపితే పెద్ద సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య ఒక సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యకు మూడురెట్లు..... ఇలాగే మిగిలిన వాటికి కూడా.

- ఇ. గుండీలున్న అట్టముక్కలు, పిన్నీసు గుత్తులు, గింజల పాకెట్లు, పుల్లలు, నాలుక గీసే బద్దలు, రంగు పెన్సిళ్ళు.

- ఈ. ఆరేసి గుండీలున్న తొమ్మిది అట్టముక్కలు తీసుకోండి. రెండు అట్టముక్కల్లో ఎన్ని గుండీలున్నాయో అంకెలు విడిచిపెట్టి లెక్క పెట్టడం ద్వారా కనుక్కోండి. ఫలితాన్ని నమోదు చేయండి.

$$2 \times 6 = 12$$

$$3 \times 6 = 18..... ఇలా$$

అయిదేసి పిన్నీసులు ఉండేలా గుత్తులు తీసుకోండి. రెండు గుత్తుల్లో మూడు గుత్తుల్లో... ఎన్ని పిన్నీసులున్నాయో అంకెలు విడిచి పెట్టి లెక్క పెట్టడం ద్వారా కనుక్కోని ఫలితాన్ని నమోదు చేయండి.

$$2 \times 5 = 10$$

$$3 \times 5 = 15..... ఇలా$$

గింజలు తీసుకుని నాలుగేసి ఉండేట్టు పాకెట్లు తయారు చేయండి. 2 పాకెట్లలో, 3

పాకెట్లో..... ఎన్ని గింజలున్నాయో తెలుసుకుని నమోదు చేయండి.

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$4 \times 4 = 16.....$$

5కు పైన ఎక్కాలకు ఈ కింది విధానం అనుకూలంగా ఉంటుంది. నేలమీద గాని, బల్లమీద గాని ఆరు పుల్లలు (లేదా వాలుక గీసుకునే బద్దలను) ఒకదానికొకటి తాకకుండా పెట్టండి. ఇప్పుడు ఒక పుల్ల వీటి మీద అడ్డంగా పెట్టి ఎన్ని కూడలులు ఏర్పడ్డాయో లెక్క పెట్టి రాయండి.

$$1 \times 6 = 6$$

అడ్డంగా పేర్చిన పుల్లకు తగలకుండా మరొక పుల్లను అడ్డంగా పెట్టండి. ఇప్పుడు ఎన్ని కూడలులు ఏర్పడ్డాయో లెక్క పెట్టి రాయండి.

$$2 \times 6 = 12 \text{ ఇలాగే కొనసాగించండి.}$$

బొమ్మ 3.10-1

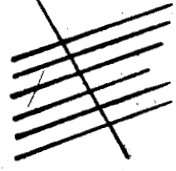
నిలువుగా ఉన్న పుల్లల సంఖ్య \times అడ్డంగా ఉన్న పుల్లల సంఖ్యల ఫలితాన్ని ఏర్పడిన మొత్తం కూడలుల సంఖ్య ఇస్తుంది. ఈ విధంగా ఏ సంఖ్యకయినా హెచ్చవేత పట్టికను పొందవచ్చు. ఈ విధమైన పుల్లల అమరికతో 0 హెచ్చవేత వాస్తవాన్ని చాలా అద్భుతంగా ప్రదర్శించవచ్చు. ముందు ఒకదానికొకటి తాకకుండా కొన్ని పుల్లలను నిలువుగాను కొన్ని పుల్లలను అడ్డంగాను పేర్చండి. మొత్తం కూడలుల సంఖ్య లెక్క పెట్టండి (ఒక హెచ్చవేత వాస్తవం). అడ్డంగా ఉన్న పుల్లల్ని ఒకటి ఒకటి తగ్గించుకుంటూపోతే చివరకు (నిలువుగా ఉన్న పుల్లల) సంఖ్య \times సున్నా (అడ్డపుల్లల సంఖ్య) ఫలితం సున్నా (కూడలులు). ఈసారి అడ్డం పుల్లలు బదులు నిలువు పుల్లలు తగ్గించుకుంటూ వెళ్ళండి. చివరికి సున్నా (నిలువు పుల్లల సంఖ్య) \times (అడ్డం పుల్లల) సంఖ్య ఫలితం సున్నా (కూడలుల సంఖ్య) అని తెలుస్తుంది. పిల్లలకు రెండు రంగు పెన్సిళ్ళు ఇవ్వండి. మీరు మూడు రంగు పెన్సిళ్ళు ఉంచుకోండి. మీరు మీ దగ్గరున్న పెన్సిళ్ళతో ఒక్కొక్క నిలువు గీత గీయండి. పిల్లల్ని వాళ్ళ దగ్గరున్న పెన్సిళ్ళతో మీరు గీసిన ప్రతి గీతకి ఒక్కొక్కసారి తమ దగ్గరున్న పెన్సిళ్ళతో అడ్డగీతలు గీయమనండి. ఇప్పుడు మొత్తం గీతల సంఖ్య $2 \times 3 = 6$.

3.11

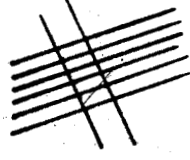
అ. హెచ్చవేత మౌలిక వాస్తవాలు, గుణాలు; ఎక్కాలు

అ. ఒక అంకెగల రెండు సంఖ్యలను హెచ్చవేసినపుడు వచ్చే లబ్ధం ఒక అంకె సంఖ్య గాని, రెండంకెల సంఖ్యగాని అవుతుంది. పదుల స్థానంలో అంకె ఉంటే అది 1 నుంచి 8 వరకు ఏదైనా ఒకటి అవుతుంది. ఒక సంఖ్యను సున్నాతో గాని, లేదా సున్నాని ఏదైనా సంఖ్యతో గాని హెచ్చవేస్తే లబ్ధం సున్నా వస్తుంది. ఒక సంఖ్యను ఒకటితోగాని లేదా, ఒకటిని ఏదైనా సంఖ్యతో గాని హెచ్చవేస్తే అదే సంఖ్య లబ్ధంగా వస్తుంది. సున్నాని సున్నాతో హెచ్చవేస్తే లబ్ధం సున్నా వస్తుంది.

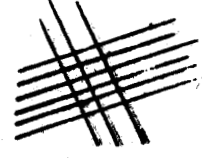
నిలువు, అడ్డంగా పేర్చిన పుల్లల ద్వారా ఎక్కులు



$$1 \times 6 = 6$$



$$2 \times 6 = 12$$



$$3 \times 6 = 18$$

బొమ్మ 3.10-1

అయిదవ ఎక్కు తయారు చేయటం



$$1 \times 5 = 5$$



$$2 \times 5 = 10$$



$$3 \times 5 = 15$$



$$4 \times 5 = 20$$

అయిదు గుణిజాలు

బొమ్మ 3.11-1

ఇ. గింజలు, చదరపుగళ్ళు గల కాగితాలు, చీపురు పుల్లలు (18), నాలుక గీసుకునే బద్దలు (18).

ఈ. ఒక్కొక్క గింజ గల పాకెట్లు తయారు చేయండి. అలాగే అయిదు వరకు పాకెట్లు చేయండి. ఒక పాకెట్టు తీసుకుని దాంట్లో ఎన్ని గింజలు ఉన్నాయో లెక్కపెట్టి నమోదు చేయండి. ఉదా: $1 \times 5 = 5$. రెండు పాకెట్లు తీసుకుని వాటిలో ఎన్ని గింజలున్నాయో లెక్కపెట్టి నమోదు చేయండి. $2 \times 5 = 10$ ఇలా.

బొమ్మ 3.11-1

హెచ్చువేత పట్టికలను (ఎక్కాలను) రూపొందించటానికి 18 చీపురు పుల్లల (నాలుక గీసుకునే బద్దల) ఉపయోగం :

కొన్ని నిలువు పుల్లలు, కొన్ని అడ్డు పుల్లలు తీసుకుని రెండు వైపులా పుల్లల్ని ఒకటొకటిగా తగ్గించుకుంటూ రండి. చివరికి సున్నా (నిలువు పుల్లలు) \times సున్నా (అడ్డుపుల్లలు)తో కూడబుల సంఖ్య సున్నా అని గ్రహించండి.

బొమ్మ 3.11-2

చదరపు గళ్ళు గల కాగితాల ఉపయోగం :

7 గళ్ళు గల తొమ్మిది కాగితపు ముక్కలు కత్తిరించండి. ఏడు విడిచి ఏడు లెక్కపెట్టడం ద్వారా లేదా ఒకటొకటి లెక్కపెట్టడం ద్వారా ఏడవ ఎక్కం తయారు చేయండి.

$$1 \times 7 = 7$$

$$2 \times 7 = 14$$
..... ఇలా

బొమ్మ 3.11-3

ఎనిమిది మంది చొప్పున పిల్లల్ని తొమ్మిది వరుసల్లో కూర్చోమని చెప్పండి. ఒక వరుస తరువాత ఒక వరుస నిలబడమని చెప్పండి. దీని ద్వారా 8వ ఎక్కం వస్తుంది.

దీర్ఘచతురస్రాకారపు అమరిక :

24 గుండీలు దీర్ఘ చతురస్ర అమరికలో ఉన్న గుండీల అట్ట ముక్కను తీసుకోండి. ఒక వైపు చూస్తే ఆరేసి గుండీలున్న నాలుగు వరుసలు కనిపిస్తాయి, మొత్తం $4 \times 6 = 24$. ఇంకొక వైపు చూస్తే నాలుగేసి గుండీలు ఉన్న ఆరు వరుసలు కనిపిస్తాయి, మొత్తం $6 \times 4 = 24$. 24 ఘన చతురస్రాలతో ఉన్న ఒక దిమ్మను పరిశీలించండి. ఒకవైపు నుంచి చూస్తే రెండేసి ఘన చతురస్రాలున్న మూడు వరుసల నాలుగు పొరలు కనిపిస్తాయి.

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

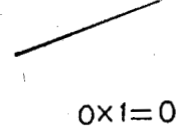
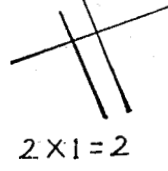
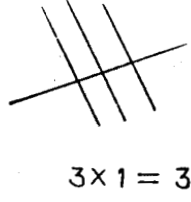
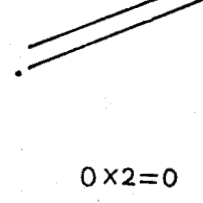
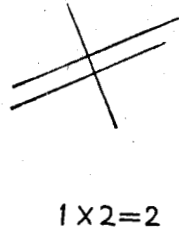
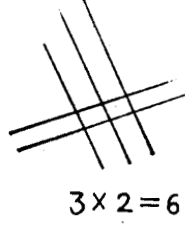
ఇప్పుడు దిమ్మను ఇంకొక వైపుకు తిప్పండి. ఈసారి నాలుగేసి ఘనచతురస్రాలున్న రెండు వరుసల మూడుపొరలు కనిపిస్తాయి.

$$3 \times 2 \times 4 = 24$$

మళ్ళీ దిమ్మను తిప్పండి. మూడేసి ఘనచతురస్రాలున్న 4 వరుసల రెండు పొరలు కనిపిస్తాయి.

$$2 \times 4 \times 3 = 24$$

బొమ్మ 3.11-4

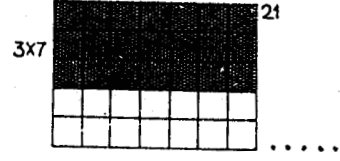
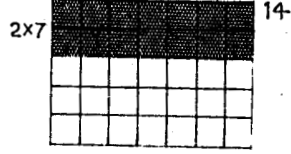
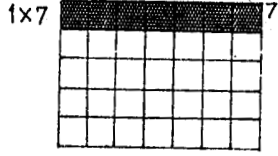


సున్న హెచ్చవేత వాస్తవాలు

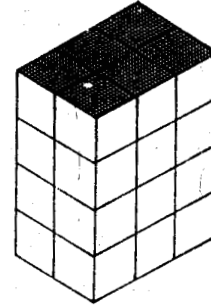
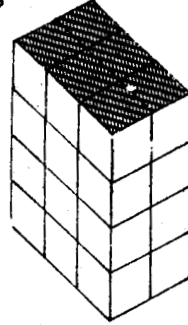
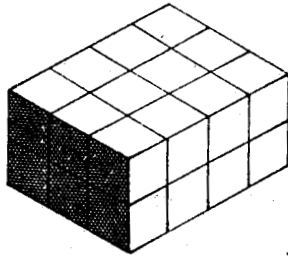
$0 \times 0 = 0$

బొమ్మ 3.11-2

ఏడవ ఎక్కం



బొమ్మ 3.11-3



బొమ్మ 3.11-4

సంఖ్యలను హెచ్చవేసేటప్పుడు ఏ క్రమంలో హెచ్చవేసినా ఫలితం ఒక్కటే అన్నది గమనించండి. చీపురు పుల్లలను నిలుపు, అడ్డంగా అమర్చిన విధానం ద్వారా $0 \times$ ఏదైనా సంఖ్య $= 0$ అనీ, ఏదైనా సంఖ్య $\times 0 = 0$ అనీ, $0 \times 0 = 0$ అనీ విశదమవుతుంది. అదే విధంగా $1 \times$ ఏదైనా సంఖ్య $=$ అదే సంఖ్య అనీ, ఏదైనా సంఖ్య $\times 1 =$ అదే సంఖ్య అనీ, $1 \times 1 = 1$ అని కూడా విశదమయ్యింది.

హెచ్చవేత, కూడిక :

కాగితాన్ని మడతపెట్టి, రంధ్రాలు చేసే పరికరంతో (పంచింగ్ ప్లయర్స్) ఎనిమిది రంధ్రాలుగల నాలుగు వరుసల్ని తయారు చేయండి.

ఒక ముక్క మీద అయిదు రంధ్రాలు గల నాలుగు వరుసలు, మరొక ముక్క మీద మూడు రంధ్రాలు గల నాలుగు వరుసలు ఉండేలా ఆ కాగితాన్ని రెండు ముక్కలుగా చేయండి. $4 \times 8 = 4 \times 5 + 4 \times 3$ అన్న వాస్తవాన్ని గమనించండి.

దీనినే $4 \times (5+3) = 4 \times 5 + 4 \times 3$ అనీ, తిరగవేసి రాయవచ్చు. కూడి హెచ్చవేసినా, హెచ్చవేసి కూడినా ఒకటే వస్తుందనీ, కూడిక మీద హెచ్చవేత పంపిణీ గుణాన్ని ఇది తెలియజేస్తుంది.

బొమ్మ 3.11-5

0 నుంచి 9 వరకుగల ఒక అంకసంఖ్యల వంద హెచ్చవేత వాస్తవాలను చదరపు పట్టికలో రాయండి. వీటిలో 0 హెచ్చవేత వాస్తవం గలవి 19, 1 హెచ్చవేత వాస్తవం కలవి 19, తిరిగి అమర్చే గుణం ద్వారా 45 వాస్తవాలను మరో 45 వాస్తవాల నుంచి పొందవచ్చు.

బొమ్మ 3.11-6

3.12

అ. హెచ్చవేత ప్రక్రియ

ఆ. ఒకట్ల స్థానంలో పది, పదుల స్థానంలో ఒకటికి సమానం.

$$1 \times 10 = 10.$$

ఏ స్థాన విలువలోనైనా ఉన్న అంకె ఒక హెచ్చవేత వాస్తవాన్ని తెలియజేస్తుంది. ఉదాహరణకు $3 \times 100 = 300$. ఒక అంకెను ఉన్నత స్థాన విలువ (10, 100, 1000, మొ॥)లో హెచ్చవేత ఫలితం ఆ అంకె పక్కన హెచ్చవేసే స్థాన విలువలో ఉన్నన్ని సున్నాలు పెట్టడం ద్వారా పొందవచ్చు.

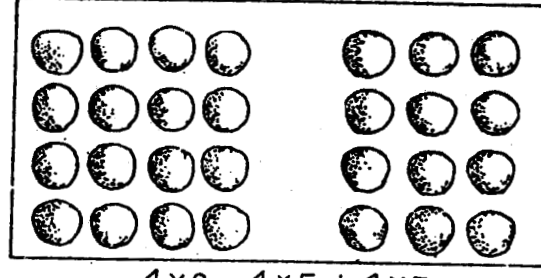
కూడిక మీద హెచ్చవేత పంపిణీ గుణం మీద హెచ్చవేత ప్రక్రియ ఆధారపడి ఉంది.

ఇ. ఆరు చువ్వలు గల పూసల చక్రం, పూసలు.

కాగితపు అబాకస్.

ఈ. ఒకట్ల స్థానం సూచించే చువ్వ మీద కొన్ని పూసలు (తొమ్మిది కంటే తక్కువ) ఉంచండి. వీటిని పదుల స్థానం సూచించే చువ్వ మీదకు మార్చండి. ఇప్పుడు ఇవే పూసలు పదులను సూచిస్తాయి. ఆ సంఖ్యను పదితో హెచ్చవేసినట్లు దీనిని రాయండి.

బొమ్మ 3.12-1



$$4 \times 8 = 4 \times 5 + 4 \times 3$$

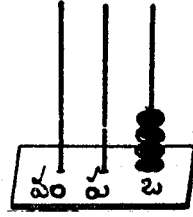
బొమ్మ 3.11-5

మౌలిక హెచ్చవేత వాస్తవాల పట్టిక

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

బొమ్మ 3.11-6

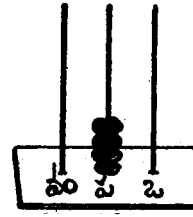
పై మానంలో హెచ్చవేయడం, స్థాన విలువలను మార్చడం



4

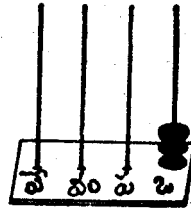
$$4 \times 1 = 4$$

బొమ్మ 3.12-1



40

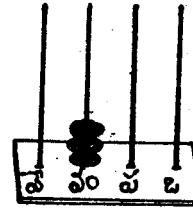
$$4 \times 10 = 40$$



3

$$3 \times 1 = 3$$

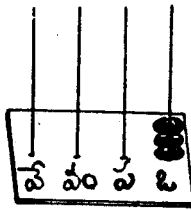
బొమ్మ 3.12-2



300

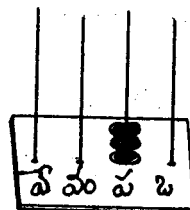
$$3 \times 100 = 300$$

పదిలో హెచ్చవేయడం, పూసలను ఎడమ వైపు చువ్వమీదకి మార్చటం



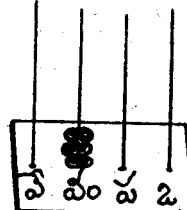
3

3



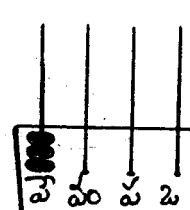
30

$$3 \times 10$$



300

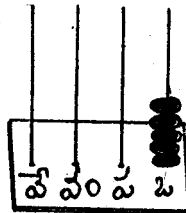
$$30 \times 10$$



3000

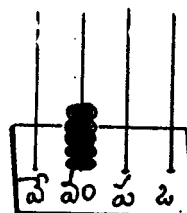
$$300 \times 10$$

బొమ్మ 3.12-3



5

5



500

$$5 \times 100$$

బొమ్మ 3.12-4

ఒకట్ల స్థానం సూచించే చువ్వ మీద కొన్ని పూసలు (తొమ్మిది కంటే తక్కువ) ఉంచండి. వీటిని వందల స్థానం సూచించే చువ్వ మీదకు మార్చండి. ఇప్పుడు ఈ పూసలు వందలను సూచిస్తాయి. ఆ సంఖ్యను వందతో హెచ్చవేసినట్టు దీనిని చూబించండి.

బొమ్మ 3.12-2

ఒక చువ్వ మీద పూసను దాని ఎడమ పక్కనున్న చువ్వ మీదకు మార్చటం ద్వారా దాని విలువ పదిరెట్లు పెరుగుతోందన్న వాస్తవం గమనించండి.

బొమ్మ 3.12-3

$$30 \times 10 = 300, \quad 300 \times 10 = 3000.$$

ఒక చువ్వ మీద పూసను దాని ఎడమ వైపు రెండవ చువ్వ మీదకు మార్చటం ద్వారా దాని విలువ వంద రెట్లు పెరుగుతుందని గమనించండి.

బొమ్మ 3.12-4, బొమ్మ 3.12-5

ఇలాగే మిగిలినవి కూడా.

రెండు అంకెల సంఖ్యను, ఒక అంకె సంఖ్యతో హెచ్చవేయడం :

రెండంకెల సంఖ్యను హెచ్చవేయవలసిన అంకె అన్నిసార్లు పూసల చట్రం మీద చూపించండి. ఆ తరువాత ఒకట్ల స్థానంతో మొదలుకొని ఏ చువ్వ మీద కూడా తొమ్మిదికి మించకుండా పూసలు ఉండేలా ఒక చువ్వ మీద పది పూసలు ఎడమ వైపు చువ్వ మీద ఒక పూసకు సమానం అన్ని సిద్ధాంతం ఆధారంగా పూసల చట్రాన్ని సరి చేయండి. ఇప్పుడు పూసలచట్రం సూచించే సంఖ్య రెండు సంఖ్యల లబ్ధాన్ని తెలియజేస్తుంది.

బొమ్మ 3.12-6

రెండంకెల సంఖ్యను రెండంకెల సంఖ్యతో హెచ్చవేయడం :

హెచ్చవేయవలసిన రెండంకెల సంఖ్యలలో గుణ్యాన్ని పూసల చట్రం మీద చూబించండి. గుణకాన్ని ఇన్ని పదులు ఇన్ని ఒకట్లు అని విడదీయండి. పదితో హెచ్చవేయడానికి పూసలచట్రం మీద ఉన్న పూసలను ఆయా వాటికి ఎడమ పక్కనున్న చువ్వలు మీదకు మార్చండి. ఇప్పుడు ఎన్ని పదులుంటే అన్నిసార్లు ఆయా చువ్వల మీద ఉన్నన్ని పూసలు వేయండి.

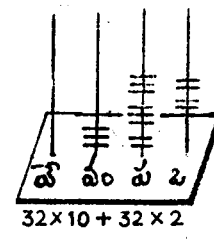
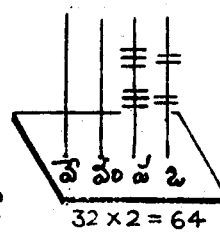
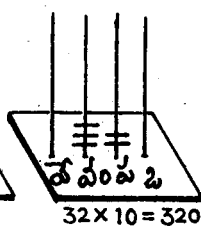
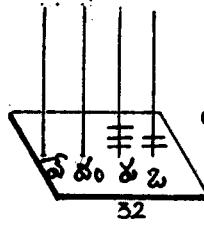
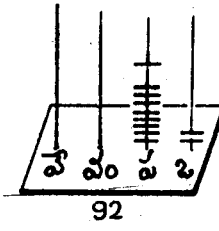
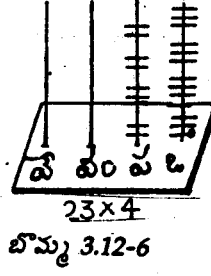
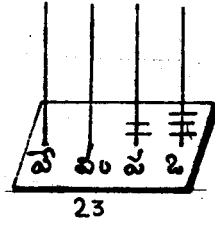
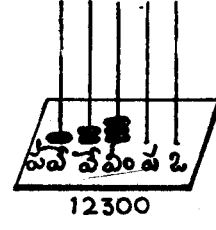
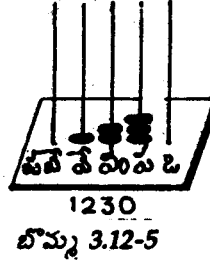
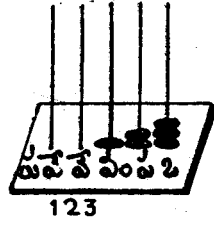
ఇప్పుడు గుణ్యాన్ని గుణకంలోని ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న అంకె అన్నిసార్లు పూసల చట్రం మీద చూబించండి.

ఒకట్ల స్థానంతో మొదలుకొని, స్థాన విలువ సిద్ధాంతం ఆధారంగా, ఏ ఒక్క చువ్వ మీద కూడా తొమ్మిది పూసలకు ఎక్కువ లేకుండా పూసలచట్రాన్ని సరిచేయండి.

బొమ్మ 3.12-7

- ఉ. రెండంకెలు మించిన సంఖ్యను మరొక రెండంకెలు మించిన సంఖ్యతో హెచ్చవేయడానికి ఉపకరణాలు ఉపయోగించే అవసరం లేని స్థాయికి వచ్చి ఉండాలి.

హెచ్చవేత ప్రక్రియ అర్థం



$$32 \times 12 = 32 \times 10 + 32 \times 2$$

బొమ్మ 3.12-7

$$\begin{array}{r} 32 \times 12 \\ 320 \\ 64 \\ \hline 384 \end{array}$$

అ. భాగాహారం అంటే....

- అ. కొన్ని వస్తువులను కొన్నింటి మధ్య సమానంగా పంచవలసినప్పుడు (చొప్పున, వంతున) భాగాహారం అవసరమవుతుంది. ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్య గల వస్తువుల నుండి సమాన సంఖ్య గల సమూహాలను తయారు చేయవలసినప్పుడు (నిష్పత్తి) భాగాహారం ఉత్పన్నమవుతుంది. ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్య గల వస్తువులను పొందటానికి సమాన సంఖ్య గల సమూహాలు ఎన్ని కావాలో తెలుసుకోవటానికి (పరిపూరక హెచ్చవేత) భాగాహారం అవసరమవుతుంది.
- ఇ. సాధారణ వస్తువులు (గుండీలు, గింజలు, గులకరాళ్ళు, సీసామూతలు), ఒకే పరిమాణంగల చతురస్రపు కాగితం ముక్కలు.
- ఈ. కొన్ని వస్తువులు, ఉదాహరణకు 12 తీసుకోండి. వీటిని కొన్నింటి మధ్య, ఉదాహరణకు 3 స్థానాల్లో సమంగా పంచండి. ఒక్కొక్క స్థానానికి 4 వస్తువులు వచ్చాయని గమనించండి. ఒక్కొక్క స్థానానికి 4 చొప్పున (వంతున) పంచారు. (వస్తువులకు బదులు పండ్లు, డబ్బులు వంటివి ఊహించుకుని, స్థానానికి బదులు ప్యాకెట్లు, వ్యక్తులు ఊహించుకుని చేయండి).
- ఈ భాగాహారాన్ని చదివి రాయండి :

$$12 \div 3 = 4 \quad \text{లేదా} \quad 12/3 = 4$$

బొమ్మ 3.13-1

కొన్ని వస్తువుల్ని, ఉదాహరణకు 20 తీసుకోండి. ఒక్కొక్క సమూహంలో 5 వస్తువులు ఉండేలా వాటిని విడదీయండి. నాలుగు సమూహాలు ఏర్పడ్డాయన్నది గమనించండి. 5:1 నిష్పత్తిలో సమూహాల్ని ఏర్పరచారు. (వస్తువులకు బదులు పుస్తకాలు, బిళ్ళలు వంటివి ఊహించుకుని నిష్పత్తిని కనుగొనండి.)

ఈ భాగాహారాన్ని చదివి రాయండి.

$$20 \div 5 = 4 \quad \text{లేదా} \quad 20/5 = 4$$

బొమ్మ 3.13-2

ఆరేసి చొప్పున వస్తువుల సమూహాలు ఉంటే, 12 వస్తువుల కోసం ఎన్ని సమూహాలు కావాలో కనుక్కోండి. రెండు సమూహాలు అవసరమవుతాయి. ఈ భాగాహార వాస్తవాన్ని రాయండి.

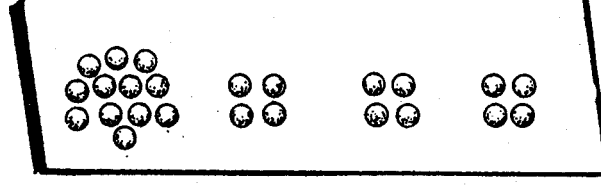
$$12 \div 6 = 2 \quad \text{లేదా} \quad 12/6 = 2$$

(వస్తువులకు బదులుగా బిళ్ళలు, నారింజపళ్ళు; సమూహాలకు బదులుగా ప్యాకెట్లు, బుట్టలు ఊహించుకుని పరిపూరక హెచ్చవేతను సాధించండి.)

బొమ్మ 3.13-3

ఒక సమూహంలో కొన్ని వస్తువులున్నాయి, ఉదాహరణకు నాలుగు అనుకోండి. ఇంకొక సమూహంలోని వస్తువులతో ఈ సమూహంలోని వస్తువులను 20 రకాలుగా జతపరచాలి అనుకోండి. రెండవ సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య కనుగొనడానికి భాగాహారం

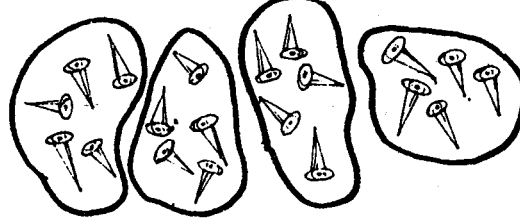
సమంగా పంచటం (చొప్పున, వంతున) ద్వారా భాగాహారం



$$12 \div 3 = 4 \text{ Or } 12/3 = 4$$

బొమ్మ 3.13-1

సమూహాలుగా ఏర్పరచటం ద్వారా భాగాహారం (నిష్పత్తి)



$$20 \div 5 = 4 \text{ or } 20/5 = 4$$

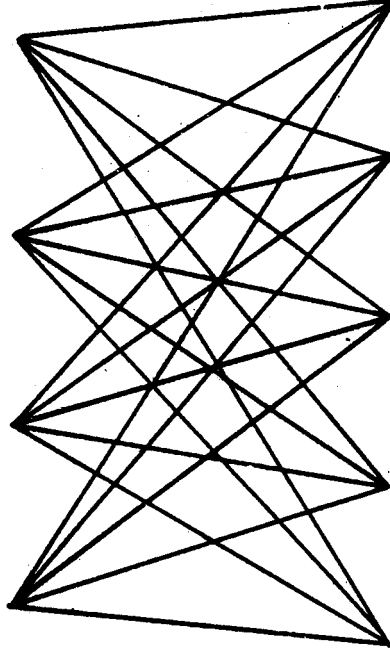
బొమ్మ 3.13-2

పరిపూరక హెచ్చవేత ద్వారా భాగాహారం



$$6 \times ? = 12 \rightarrow 12 \div 6 = 2$$

బొమ్మ 3.13-3



$$4 \times 5 = 20$$

$$20 \div 4 = 5$$

$$20 \div 5 = 4$$

బొమ్మ 3.13-4

అవసరమవుతుందని గుర్తించండి.

$$20 + 4 = 5 \text{ లేదా } 20/4=5$$

(మొదటి సమూహంలోని వస్తువులకు బదులుగా చొక్కాలు, జాకెట్లు, రెండవ సమూహంలోని వస్తువులకు బదులుగా లాగులు, లంగాలు ఊహించుకుని చేయండి.)

బొమ్మ 3.13-4

3.14

అ. భాగాహార ప్రక్రియ

ఆ. పునరావృత తీసివేతే భాగాహారం. ఒక రెండంకెల సంఖ్యలో నుంచి ఒక అంకె సంఖ్యను ఎన్నిసార్లు తీసివేయవచ్చో తెలుసుకోటానికి రెండంకెల సంఖ్యను ఒక అంకె సంఖ్యతో భాగాహారం చేయడం హెచ్చవేత మౌలిక వాస్తవాలను పయోగించి చేయవచ్చు.

పంచి పెట్టే పద్ధతి : భాజ్యం నుండి భాజకాన్ని గరిష్టంగా ఎన్నిసార్లు తీయవచ్చన్నది కూడా భాగాహారమే. ఒక పలు అంకెల సంఖ్యను ఒకట్లు, పదులు, వందలు, మొ॥ వాటితో చూపిస్తాం. కొన్ని నిర్ధారిత స్థానాల్లో ఈ విలువల్ని సమానంగా పంచిపెట్టడమే భాగాహారం. భాగాహారం పరిపూర్ణం కానపుడు శేషం మిగులుతుంది.

ఉదాహరణకు 71ని మూడుతో భాగాహరించాలనుకోండి. అంటే ఏడు పదుల్ని, ఒక ఒకటిని మూడు స్థానాల్లో సమానంగా పంచాలి. ముందు రెండేసి పదులు చొప్పున సమానంగా పంచవచ్చు. ఒక పది మిగులుతుంది. దానిని పది ఒకట్లుగా మార్చుకోండి. ఇంతకు ముందు ఒక ఒకటితో మొత్తం పదకొండు ఒకట్లు. వీటిని మూడు స్థానాల్లో సమానంగా పంచితే మూడేసి చొప్పున రాగా రెండు మిగులుతాయి. ప్రతి స్థానంలోనూ రెండు పదులు మూడు ఒకట్లు ఉన్నాయన్నది గమనించండి. కాబట్టి భాగఫలం 23, శేషం 2.

మూడంకెల సంఖ్యను ఒక అంకె సంఖ్యతో భాగించటం : ఉదా: 315 + 4

10x10 లేదా వంద చదరపు గళ్ళుగల కాగితాలు మూడు తీసుకోండి, పదిగళ్ళు గల ఒక కాగితం ముక్క, 5 విడి చదరపు గళ్ళు తీసుకోండి. నాలుగు స్థానాలను గుర్తించి వీటిల్లో పై వాటిని ఎలా పంచాలో చూడండి.

నాలుగు స్థానాల్లో సమంగా పంచటానికి వంద గళ్ళు గల కాగితాలు సరిపోవు. కాబట్టి వంద గళ్ళు గల మూడు కాగితాలను పది గళ్ళు గల ముప్పై కాగితం ముక్కలతో మార్చుకోండి. ఇంతకు ముందే పదిగళ్ళు గల 1 కాగితం ముక్కతో మొత్తం 31 అవుతాయి. ఒక్కొక్క స్థానంలో ఏడేసి చొప్పున పదిగళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు పంచగా మూడు మిగులుతాయి. పదిగళ్ళు గల మూడు కాగితం ముక్కల్ని ముప్పై విడి గళ్ళతో మార్చుకోండి. ముందునుంచి ఉన్న అయిదు విడి చదరపు గళ్ళతో మొత్తం విడి చదరపు గళ్ళు 35. వీటిని నాలుగు స్థానాల్లో సమంగా పంచండి. ఒక్కొక్క స్థానానికి 8 విడి గళ్ళు చొప్పున రాగా 3 మిగులుతాయి. ఒక్కొక్క స్థానంలో పదిగళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు ఏడు, విడిచదరపు గళ్ళు 8 ఉన్నాయి. కాబట్టి భాగఫలం 78, శేషం 2.

ఇ. గింజలు గల పాకెట్లు, 10x10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు, పదిగళ్ళు గల కాగితపు ముక్కలు, బెజ్జాలు చేసే పరికరం, కాగితం.

ఈ. సమూహాలను చేసే పద్ధతి :

రెండంకెల సంఖ్యను తీసుకోండి. ఉదాహరణకు 71. దీనిని మూడు పెట్టి భాగించాలనుకోండి. పునరావృత తీసివేత ద్వారా భాగాహారం చెయ్యవచ్చు. తీసివేత త్వరగా చెయ్యడానికి ఒక కాగితం మీద మూడు వరుసల్లో 71 బెజ్జాలు చెయ్యండి. మూడేసి బెజ్జాలు గల పది వరుసలుండేట్టు కాగితం ముక్కలు చెయ్యండి. ఇలా ఎన్నిసార్లు తీయవచ్చో చూడండి. రెండుసార్లు తీయగలమని గమనించండి. అంటే 20 మూళ్ళు తీసివేసామన్నమాట. ఇప్పుడు 11 బెజ్జాలు మిగిలి ఉన్నాయి. ఇప్పుడు మూడేసి చొప్పున మూడుసార్లు తీసేయగలమని గమనించండి, 2 బెజ్జాలు మిగులుతాయి. కాబట్టి 71ని మూడు 20+3=23 సార్లు భాజించగలదు, శేషం 2 వస్తుంది.

బొమ్మ 3.14-1

పంచిపెట్టే పద్ధతి :

పది చదరపు గళ్ళున్న 7 కాగితం ముక్కలు, ఒక విడి చదరపు గడిముక్క తీసుకోండి. ఈ కాగితం ముక్కల్ని, చదరపు గడిని 3 స్థానాల్లో సమానంగా పంచి పెట్టండి.

బొమ్మ 3.14-2

ఉ. భాగాహార ప్రక్రియను అర్థం చేసుకున్న తరువాత (2 అంకెలుకు మించిన) ఒక పలు అంకెల సంఖ్యను (ఒక అంకెకు మించిన) ఇంకొక పలు అంకె సంఖ్యతో భాగాహారించటానికి ఎటువంటి ఉపకరణాల అవసరముండదు. పాఠ్య పుస్తకాల్లో చూబించిన విధానాన్నే పాటించవచ్చు.

3.15

అ. హెచ్చవేత, భాగాహారానికి మధ్య గల సంబంధం

ఆ. ప్రతి హెచ్చవేత వాస్తవానికి రెండు భాగాహార వాస్తవాలుంటాయి. ప్రతి భాగాహార వాస్తవానికి ఒక సహ హెచ్చవేత వాస్తవం ఉంది.

ప్రతి భాగాహార వాస్తవానికి ఒక సహ భాగాహార వాస్తవం ఉంది.

ఒక సంఖ్యను (సున్నా కాకుండా) దానితోనే భాగాహారిస్తే ఒకటి భాజఫలం.

ప్రతి సంఖ్యను 1 శేషం లేకుండా భాజిస్తుంది.

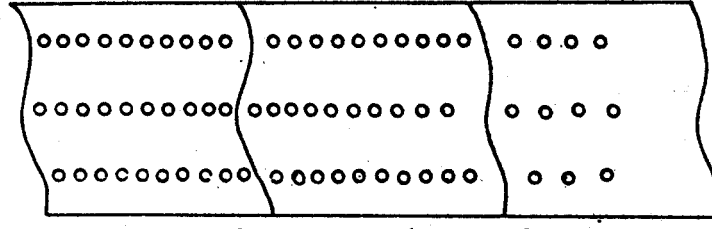
సున్నాని ఏ సంఖ్యతోనైనా భాగించవచ్చు

భాజ్యం = భాజకం × భాజఫలం + శేషం.

భాగాహారం పూర్తి చేసిన తరువాత శేషం భాజకం కంటే తక్కువ ఉంటుంది (లేదా భాజ్యం భాజకం కంటే తక్కువైనప్పుడు భాజ్యంతో సమానమవుతుంది.)

ఇ. వస్తువులు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు.

ఈ. వస్తువుల్ని దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలో పేర్చండి. మొత్తం వస్తువుల సంఖ్య, మొత్తం వరసల సంఖ్య తెలిస్తే ఒక్కో వరసలో ఎన్ని వస్తువులున్నాయో కనుక్కోవచ్చని గమనించండి.



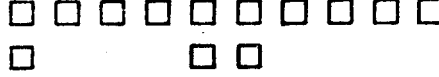
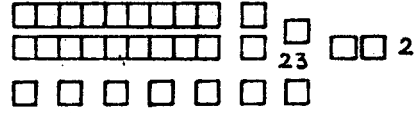
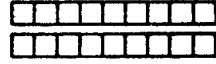
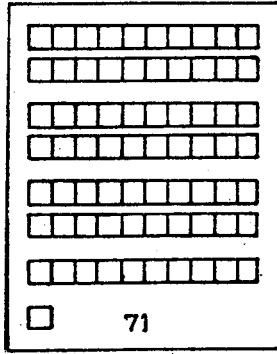
$$71 - 30 - 30 - 9 = 2 \rightarrow 71 - 60 - 9 = 2$$

$$3 \times 10 \quad 3 \times 10 \quad 3 \times 3$$

$$3 \times 20 \quad 3 \times 3$$

బొమ్మ 3.14-1

పంచిపెట్టే పద్ధతి ద్వారా భాగాహారం



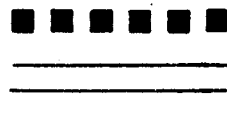
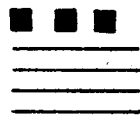
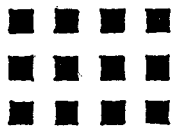
71 → 7 పదులు, ఒకట్లు 1

బొమ్మ 3.14-2

→ 3 స్థానాల్లో రెండు పదులు చొప్పున ఉంచి
1 పదిని పది ఒకట్లుగా మార్చుకుని,
ఇంతకు ముందున్న 1 ఒకటిని కలుపుకోవాలి.

→ 3 స్థానాల్లో రెండు పదులు 3 ఒకట్లు
చొప్పున ఉంచిన తరువాత 2 ఒకట్లు మిగులుతాయి.

భాగాహారం, హెచ్చవేత్తల మధ్య గల సంబంధాలు



$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 6 = 2$$

బొమ్మ 3.15-1



$$6 \div 3 = 2$$



$$6 \div 2 = 3$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

బొమ్మ 3.15-2

వస్తువుల సంఖ్యను, వరసల సంఖ్యతో భాగిస్తే ఒక్కో వరసలోని వస్తువుల సంఖ్య వస్తుంది.

బొమ్మ 3.15-1

అదే విధంగా వస్తువుల సంఖ్య, ఒక్కొక్క వరసలోని వస్తువుల సంఖ్య తెలిసినపుడు మొత్తం వస్తువుల సంఖ్యను వరసలోని వస్తువుల సంఖ్యతో భాగించి వరసల సంఖ్య తెలుసుకోవచ్చు. ఒక హెచ్చవేత వాస్తవం నుండి రెండు భాగాహార వాస్తవాలు వస్తాయన్నది గమనించండి. ఒక్కొక్క వరసలోని వస్తువుల సంఖ్య తెలుసు, వరసల సంఖ్య తెలుసు. ఒకటి భాజకం అయితే రెండవది భాగఫలం. ఈ రెండింటి లబ్ధం భాజ్యం అన్నది గమనించండి. కాబట్టి ఒక భాగాహార వాస్తవం ఒక సహ హెచ్చవేత వాస్తవాన్ని ఇస్తుంది.

బొమ్మ 3.15-2

మొత్తం వస్తువుల సంఖ్యను వరసల సంఖ్యతో భాగిస్తే ఒక్కో వరసలో ఎన్ని వస్తువులున్నాయో తెలుస్తుంది. ఇటువంటి పరిస్థితుల్లో మొత్తం వస్తువుల సంఖ్యను ఒక్కొక్క వరసలోని వస్తువుల సంఖ్యతో భాగిస్తే వరసల సంఖ్య తెలుస్తుందన్నది గమనించండి. కాబట్టి ప్రతి భాగాహార వాస్తవానికి ఒక సహ భాగాహార వాస్తవం ఉంటుంది.

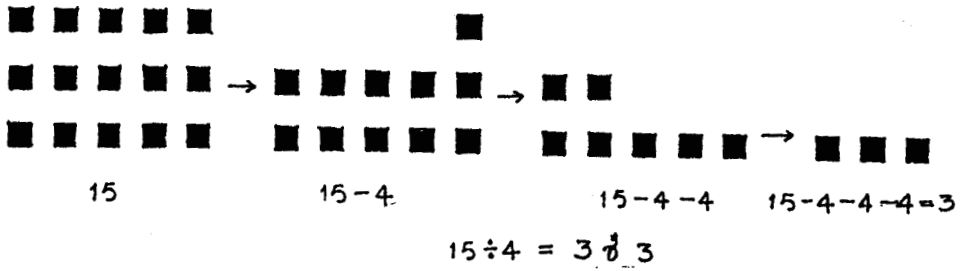
ఎన్ని వస్తువులనైనా ఒక వరసలో అమర్చగలం. దీనిని బట్టి ఒక సంఖ్యను (సున్నా కానిది) దానితోటే భాగిస్తే భాగఫలం ఒకటి అనీ, ఒకటితో భాగిస్తే భాగఫలం అదే సంఖ్య అనీ విశదమవుతుంది. సున్నా వస్తువులుంటే వీటిని ఎన్ని స్థానాల్లో నయినా ఉంచవచ్చు. కాబట్టి సున్నాని (సున్నా కాకుండా) ఏ సంఖ్యతో భాగించినా భాగఫలం సున్నా.

ప్రతిసారి కొన్ని వస్తువులను తీసివేస్తూ భాగాహారం పూర్తిచేస్తే శేషం భాజకం కంటే తక్కువ ఉంటుంది. ఒకవేళ శేషం భాజకంతో సమానంగా గాని, భాజకం కంటే ఎక్కువగాని ఉంటే భాగాహార ప్రక్రియను కొనసాగించవచ్చు.

బొమ్మ 3.15-3

ఉ. ఏ సంఖ్య సున్నాతో భాగింపబడదు. దీనిని వివరించటం ప్రాథమిక గణితం పరిధిలో సాధ్యం కాదు.

భాగాహారమంటే పునరావృత తీసివేత



బొమ్మ 3.15-3

యూనిట్ IV

సంఖ్యల రకాలు, వాటి గుణాలు (సహజ సంఖ్యలలో ఉపసమితులు)

- 4.1 సంఖ్యార్థం, వరసక్రమ సంఖ్యలు
- 4.2 బేసి, సరి సంఖ్యలు
- 4.3 కారణాంకాలు, గుణిజాలు
- 4.4 అభాజ్య, సంయుక్త సంఖ్యలు
- 4.5 సా.గు., క.సా.గు.
- 4.6 సా.భా., గ.సా.భా.
- 4.7 కవల అభాజ్య సంఖ్యలు

4.1

అ. సంఖ్యార్థం, వరసక్రమ సంఖ్యలు

ఆ. ఒక సమూహంలో ఎన్ని అన్న ప్రశ్నకు సమాధానం సంఖ్యార్థం (Cardinal Number) ఇస్తుంది. ఎన్నవది అన్న ప్రశ్నకు సమాధానం వరసక్రమ సంఖ్య (Ordinal Number) ఇస్తుంది.

ఇ. పిల్లలు, 1 నుంచి 12 వరకు అంకెలు గల అట్టముక్కలు, పేజీనంబర్లున్న ఏదో ఒక పుస్తకం.

ఈ. మీకు ఎదురుగా పిల్లల్ని ఒక వరసలో నుంచోమనండి. ఎడమ వైపు నుంచి (లేదా కుడి వైపు నుంచి) వాళ్ళకి 1,2,3 అన్న నంబర్లు ఇవ్వండి. ఎవరినైనా ఒకరిని వాళ్ళ సంఖ్యతో పిలవండి. ఒక్కచే బదులు పలుకుతారు, ఉదాహరణకు 3వ బాలుడు/బాలిక. ఇది వరసక్రమసంఖ్యను తెలియచేస్తుంది.

బొమ్మ 4.1-1

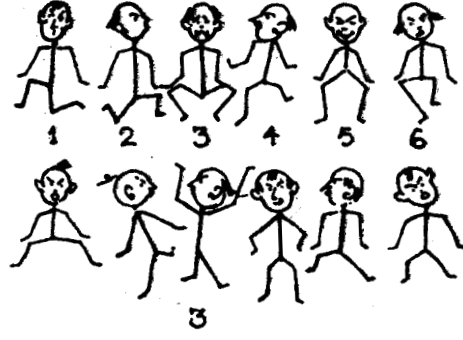
ముగ్గురు పిల్లల్ని పిలవండి. ఏ ముగ్గురైనా రావచ్చు. ఇది సంఖ్యార్థాన్ని తెలియచేస్తుంది. మొదటి ముగ్గురు పిల్లల్ని ముందుకు రమ్మనండి. ఇది వరసక్రమ సంఖ్య, సంఖ్యార్థాన్ని తెలియచేస్తుంది. అంకెలు గల అట్టముక్కల్ని కలపండి. వాటిని మళ్ళీ వరస క్రమంలో అమర్చవచ్చు. అట్ట ముక్కల్ని కలిపేటప్పుడు మొత్తం సంఖ్య మారదు (సంఖ్యార్థం). వరసక్రమంలో అమర్చేటప్పుడు సంఖ్యల క్రమంలో స్థానాలను గుర్తిస్తాం (వరసక్రమం). పేజీ నంబరులున్న పుస్తకంలో ఏదో ఒక పేజీ చూపించడం (ఉదాహరణకు 30వ పేజీ), పుస్తకంలో ఎన్ని పేజీలున్నాయో చెప్పడం (ఉదాహరణకి 30పేజీలు) కూడా సహజ సంఖ్యల సంఖ్యార్థ ఉపయోగాన్ని, వరసక్రమ ఉపయోగాన్ని తెలియచేస్తాయి.

4.2

అ. బేసి, సరి సంఖ్యలు

ఆ. బేసి, సరి సంఖ్యలు లెక్కపెట్టడంపై ఆధారపడవు.

సంఖ్యార్థం (Cardinal), వరసక్రమ (Ordinal) ఉపయోగాలు



బొమ్మ 4.1-1

బేసి, సరి

సమూహం



జతలుగా చేసినప్పుడు ఒకటి మిగలలేదు



సమూహంలోని వస్తువులు సరి సంఖ్యలో ఉన్నాయి.



సమూహం



జతలుగా చేసినప్పుడు ఒకటి మిగిలింది

సమూహంలోని వస్తువులు బేసి సంఖ్యలో ఉన్నాయి

బొమ్మ 4.2-1

ఒక సమూహంలోని వస్తువుల్ని ఒక వస్తువు కూడా మిగలకుండా జతలుగా పేర్చగలిగినపుడు అది సరిసంఖ్య, అలా చెయ్యలేకపోతే అది బేసి సంఖ్య.

ఒక సంఖ్య బేసి సంఖ్య లేదా సరిసంఖ్య అవుతుంది.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, ఒకే పరిమాణంగల చదరపు కాగితాలు, పిల్లలు.

ఈ. ఒక వస్తువుల సమూహం తీసుకుని వాటిని జతలుగా పేర్చాలి. ఇలా జతలుగా పేర్చగా ఈ సమూహంలో ఒకటి మిగిలిపోయింది. ఈ సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య బేసి సంఖ్య. దీంట్లో మొత్తం వస్తువుల్ని జతలుగా పేర్చలేకపోయాం. ఒక సమూహంలోని వస్తువుల్ని పూర్తిగా జతలుగా పేర్చగలిగితే ఆ సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య సరిసంఖ్య. పూర్తిగా జతలుగా పేర్చగలగటం, పేర్చలేకపోవటం బట్టి ఆ సమూహంలోని వస్తువులు లెక్కపెట్టి అది సరిసంఖ్య, బేసి సంఖ్య చెప్పండి.

బొమ్మ 4.2-1

చదరపు కాగితం ముక్కలు కొన్ని తీసుకోండి. వీటితో రెండు అడ్డవరసలున్న దీర్ఘ చతురస్రాన్ని అమర్చటానికి ప్రయత్నించండి. దీర్ఘ చతురస్ర అమరిక పూర్తి అయితే అది సరిసంఖ్య, పూర్తికాకపోతే బేసి సంఖ్య.

బొమ్మ 4.2-2

పిల్లల్ని ఒక వరసలో నుంచోమనండి. వాళ్ళని జతలు జతలుగా నిలబడమనండి. ఒక్కళ్ళు మిగలకపోతే పిల్లల సంఖ్య సరిసంఖ్య. ఒక్కళ్ళు మిగిలితే పిల్లల సంఖ్య బేసి సంఖ్య.

4.3

అ. కారణాంకాలు, గుణిజాలు

ఆ. దీర్ఘ చతురస్ర అమరికలో (అడ్డ) వరసలలో వస్తువులుంటాయి. అన్ని వరసల్లోని వస్తువుల సంఖ్య సమానం. రెండు సంఖ్యలను హెచ్చవేసినపుడు (గుణించినపుడు), వాటి లబ్ధం ఆ సంఖ్యల గుణిజం అవుతుంది, ఆ రెండు సంఖ్యలూ లబ్ధం యొక్క కారణాంకాలు.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు.

ఈ. దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలో ఇమిడేలా కొన్ని వస్తువుల్ని తీసుకోండి, ఉదాహరణకు మూడేసి వస్తువుల చొప్పున నాలుగు నిలువు వరసలు.

బొమ్మ 4.3-1

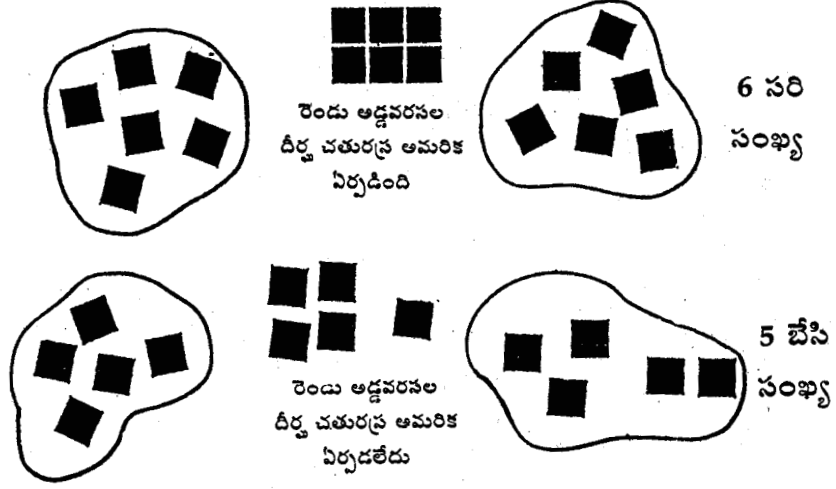
ఈ అమరికలోని వస్తువుల్ని లెక్కపెట్టండి. ఆ సంఖ్య అడ్డ వరసల సంఖ్య, ఒక్కొక్క అడ్డ వరసలోని వస్తువుల సంఖ్యల గుణిజం. అమరికలోని వస్తువుల సంఖ్యకు అడ్డ వరసల సంఖ్య, ఒక్కొక్క అడ్డ వరసలోని వస్తువుల సంఖ్య కారణాంకాలు.

పిల్లల్ని వివిధ దీర్ఘ చతురస్ర అమరికల్లో నిలబెట్టండి. ప్రతిసారి గుణిజాన్ని, కారణాంకాల్ని గుర్తింపజేయండి.

చదరపుగళ్ళు గల కాగితం నుంచి దీర్ఘచతురస్రాల్ని (చతురస్రాలను కూడా) కత్తిరించండి. ప్రతిసారి గుణిజాన్ని, కారణాంకాల్ని చెప్పండి.

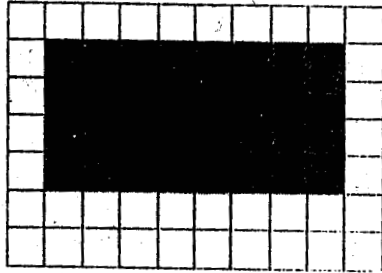
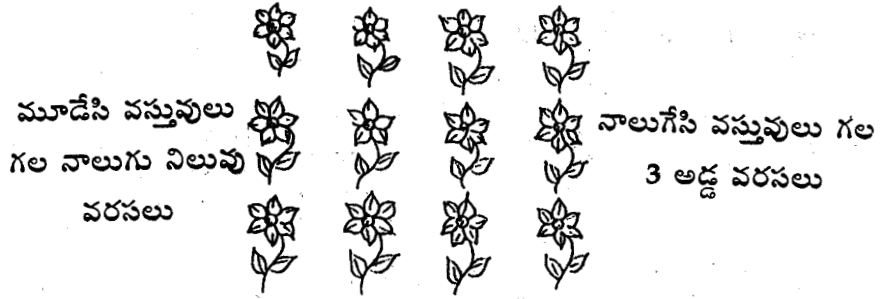
బొమ్మ 4.3-2

పూర్ణ సంఖ్య సరి సంఖ్య కావచ్చు, బేసిసంఖ్య కావచ్చు



బొమ్మ 4.2-2

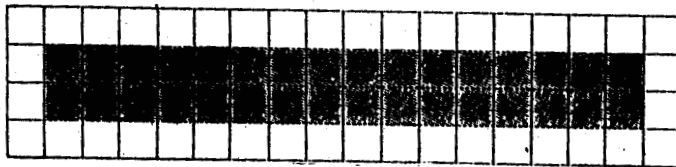
12 వస్తువుల అమరిక



గుణిజం 12, కారణాంకాలు 4, 3

గుణిజం 32 కారణాంకాలు 4, 8

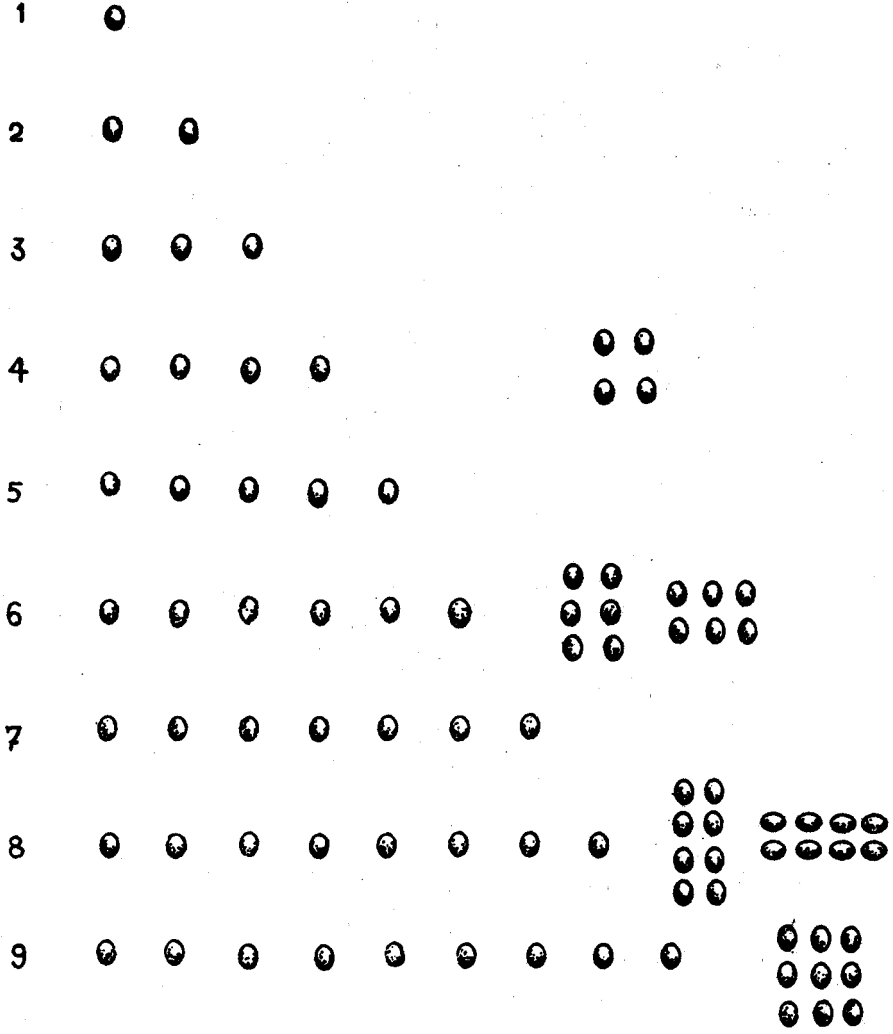
బొమ్మ 4.3-1



గుణిజం 32
కారణాంకాలు 2, 16

బొమ్మ 4.3-2

సంఖ్యలూ, వాటి అమరికలూ



బొమ్మ 4.4-1

అ. అభాజ్య, సంయుక్త సంఖ్యలు

ఆ. ఒక సహజ సంఖ్యకు రెండే రెండు కారణాంకాలు ఉన్నప్పుడు అది అభాజ్య సంఖ్య - ఆ రెండు కారణాంకాల్లో మొదటిది ఆ సంఖ్యే, రెండవది 1.

1 అభాజ్య సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, ఒకే పరిమాణంగల చదరపు కాగితాలు, పిల్లలు.

ఈ. ఒక సమూహంలోని వస్తువులను (ఒకటి కంటే ఎక్కువ వరసలుగల) దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలో అమర్చలేనప్పుడు ఆ సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య అభాజ్య సంఖ్య, అమర్చగలిగినప్పుడు అది సంయుక్త సంఖ్య.

బొమ్మ 4.4-1

కొంత మంది పిల్లలని దీర్ఘ చతురస్ర (చతురస్రం కూడా) అమరికలో నిలబడటానికి ప్రయత్నించమనండి. అలా నిలబడగలిగితే వారి సంఖ్య సంయుక్త సంఖ్య, నిలబడలేకపోతే అభాజ్య సంఖ్య.

కొన్ని చదరపు కాగితాలను తీసుకుని వాటిని (ఒకటి కంటే ఎక్కువ వరసలు గల) దీర్ఘ చతురస్రాకారపు అమరికలో పెట్టగలరో లేదో చూడండి. అలా పెట్టగలిగితే తీసుకున్న కాగితాల సంఖ్య సంయుక్త సంఖ్య, పెట్టలేకపోతే అభాజ్య సంఖ్య.

15 చదరపు కాగితాలు తీసుకోండి. వీటిని అయిదేసి చొప్పున మూడు వరసల్లో లేదా మూడేసి చొప్పున అయిదు వరసల్లో దీర్ఘ చతురస్రంగా అమర్చవచ్చు.

ఉ. 2 సంయుక్త సంఖ్య, అభాజ్య సంఖ్య తెలుసుకోడానికి అదే విధంగా 1 అభాజ్య సంఖ్య, సంయుక్త సంఖ్య తెలుసుకోడానికి కారణాంకాల పట్టిక వేయాలి. 2కి రెండే కారణాంకాలు 1,2. కాబట్టి అది అభాజ్య సంఖ్య. 1 ఒకే కారణాంకం, అది 1. కాబట్టి 1 అభాజ్య సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. అభాజ్య సంఖ్య ఒకటితోనూ, అదే సంఖ్యతోనూ మాత్రమే భాగించబడుతుంది అన్న నిర్వచనం ప్రకారం 1ని అభాజ్య సంఖ్యగా కొంతమంది పరిగణిస్తారు. అభాజ్య, సంయుక్త సంఖ్యలను బేసి, సరి సంఖ్యలుగా పిల్లలు పొరబడుతుంటారు. 9 బేసి సంఖ్య, కాని అభాజ్య సంఖ్య కాదు. 2 సరి సంఖ్య కాని, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. 2 తప్ప మిగిలిన అభాజ్య సంఖ్యలన్నీ బేసి సంఖ్యలే.

4.5

అ. సా.గు., క.సా.గు.

ఆ. సా.గు. (సామాన్య గుణిజం), క.సా.గు. (కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం) సంఖ్యల గుణాలు, ఇవి వాటి సంఖ్యమానం (లేదా లెక్కించడం)పై ఆధారపడి లేవు.

ఒక సహజ సంఖ్యకు గుణిజాలు ఉంటాయి. రెండు (లేదా అంతకు మించిన) సహజ సంఖ్యలకు సామాన్య గుణిజాలు ఉంటాయి.

రెండు (లేదా అంతకు మించిన) సామాన్య గుణిజాలలో చిన్న సంఖ్యే రెండు (అంతకు

4 8 12 16 20 24

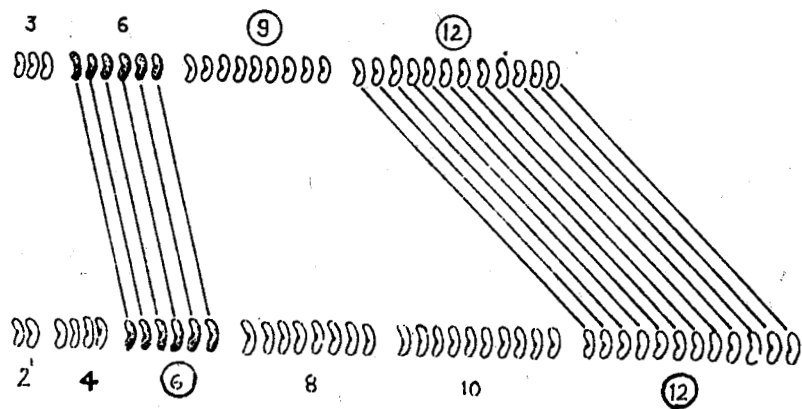
6 12 18 24 30

గుణకాలు

Number	Factors
4	1, 2, 4
6	1, 2, 3, 6
8	1, 2, 4, 8
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
16	1, 2, 4, 8, 16
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

బొమ్మ 4.5-1

గుణిజాలు, సామాన్య గుణిజాలు, కనిష్ట సామాన్య గుణిజాలు



బొమ్మ 4.5-2

మించిన) సంఖ్యల క.సా.గు. (కనిష్ట సామాన్య గుణిజం).

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, చదరపు గళ్ళ కాగితం.

ఈ. పదిలోపు రెండు సంఖ్యలను తీసుకోండి. ఏదైనా వస్తువులతో వాటిని రెండు వరసల్లో సూచించండి. వరస క్రమంలో వాటి గుణిజాల్ని, అంటే రెండు రెట్లు, మూడు రెట్లు, నాలుగురెట్లు, మొ॥ కూడా చూపించండి. పై వరసలోనూ, కింద వరసలోనూ సమానంగా ఉన్న సమూహాలున్నాయేమో చూడండి. అలా ఉన్నప్పుడు ఆ సమూహాల్లోని వస్తువుల సంఖ్య ముందు తీసుకున్న సంఖ్యల సామాన్య గుణిజం (సా.గు.) అవుతుంది. రెండు వరసల్లోనూ అతి తక్కువ వస్తువులున్న సమూహ సంఖ్య ముందుగా తీసుకున్న సంఖ్యల కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు.) అవుతుంది.

బొమ్మ 4.5-1, బొమ్మ 4.5-2

చదరపు గళ్ళ కాగితం నుండి ఎంచుకున్న సంఖ్యలకు సమానమైన గళ్ళను కత్తిరించండి. వేరు వేరు వరసల్లో వీటి గుణిజాలను వరసగా చదరపు గళ్ళ కాగితం ముక్కలతో అమర్చండి. రెండు వరసల్లోనూ సమమైన గళ్ళు ఉన్న చదరపు గళ్ళ కాగితాలను గుర్తించండి. అటువంటి కాగితాలలో ఉన్న చదరపు గళ్ళ సంఖ్య తీసుకున్న సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాలు (సా.గు.), వీటిల్లో అన్నిటికంటే తక్కువ గళ్ళు ఉన్నది తీసుకున్న సంఖ్యల క.సా.గు.

రెండు సంఖ్యలను తీసుకోండి. వాటిలో ఒకటి రెండవదాని గుణిజమై ఉండాలి. వస్తువులతో గాని, చదరపు గళ్ళ కాగితంతో గానీ పెద్ద సంఖ్య యొక్క గుణిజాలు అమర్చండి. ఇవి రెండు సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాలు అన్న విషయం గమనించండి; అంతే కాకుండా పెద్ద సంఖ్య రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు.

బొమ్మ 4.5-3

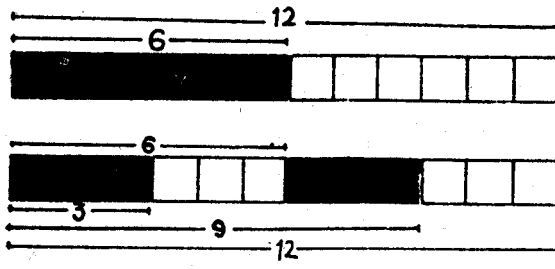
4.6

అ. సా.భా., గ.సా.భా.

ఆ. సా.భా (సామాన్య భాజకం), గ.సా.భా. (గరిష్ట సామాన్య భాజకం)లు సంఖ్యల గుణాలు, ఇవి వాటి సంఖ్యామానం (లేదా లెక్కించడం)పై ఆధారపడిలేవు. సహజ సంఖ్యలకు భాజకాలు (కారణాంకాలు) ఉంటాయి. రెండు (లేదా అంతకు మించిన) సహజ సంఖ్యలకు సామాన్య భాజకాలు (సా.భా.) ఉంటాయి. రెండు (లేదా అంతకు మించిన) సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలలో పెద్దది వాటి గరిష్ట సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా.). ఒక సంఖ్య, దాని గుణిజం తీసుకుంటే తీసుకున్న సంఖ్య ఈ రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. అవుతుంది. రెండు సంఖ్యలూ సమానమైతే రెండింటిలో ఏది తీసుకున్నా వాటి గ.సా.భా. అవుతుంది.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, గళ్ళు ఉన్న కాగితం.

ఈ. రెండు సంఖ్యలను తీసుకుని, వాటిని ఏదైనా వస్తువులతో సూచించండి. ఈ సంఖ్యలను ఒకటై సమూహంగా చూపించవచ్చు. తీసుకున్న రెండు సంఖ్యలనూ జతలుగా చూపించటం



గుణిజాలు

సామాన్య గుణిజాలు

కనిష్ట సామాన్య గుణిజాలు

కారణాంకాలు

బొమ్మ 4.5-3

12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12

12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

12 12 12 12 12 12 12 12

బొమ్మ 4.6-1

12 12 12 12 12 12 12 12

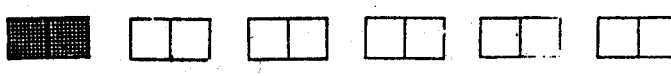
భాజకాలు, సామాన్య భాజకాలు, గరిష్ట సామాన్య భాజకాలు



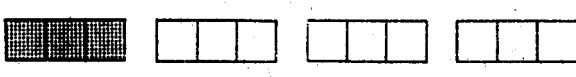
ఒకటూ



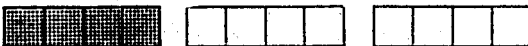
రెళ్ళ



మూళ్ళ



నాలుగులు



ఆరులు

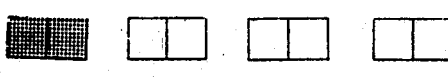


12

ఒకటూ



రెళ్ళ



నాలుగులు



బొమ్మ 4.6-2

సాధ్యమవుతుందేమో చూడండి, ఏ ఒక్క సంఖ్యనైనా అలా చూపించటం సాధ్యం కాకపోతే జతలుగా పెట్టడం వదిలిపెట్టండి.

మూడులుగా, నాలుగులుగా..... పెట్టడానికి ప్రయత్నించండి. ఎప్పుడైతే రెండు సంఖ్యలనూ ఒకే రకమైన సమూహాలుగా విభజించగలుగుతామో, అప్పుడు ఆ సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్య తీసుకున్న సంఖ్యల సామాన్య భాజకం (సా.భా.) అవుతుంది. సామాన్య భాజకాలలో పెద్దది వాటి గరిష్ట సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా.) అవుతుంది.

బొమ్మ 4.6-1

గళ్ళ కాగితం నుండి ఎంచుకున్న రెండు సంఖ్యలను తెలియచేసే చదరపు గళ్ళను కత్తిరించండి. ఈ రెండు కాగితం ముక్కల్ని సమమైన గళ్ళు గల సమూహాలుగా విడగొట్టడం సాధ్యమవుతుందేమో చూడండి. అలా చేయగలిగినప్పుడు చిన్న ముక్కల్లోని గళ్ళ సంఖ్య తీసుకున్న రెండు సంఖ్యల సా.భా. (సామాన్య భాజకం) అవుతుంది. వీటిల్లో అన్నింటికంటే పెద్దది తీసుకున్న రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. అవుతుంది.

రెండు సంఖ్యలు తీసుకోండి, వాటిల్లో ఒకటి రెండవదాని గుణిజమై ఉండాలి. వస్తువులతో గాని, చదరపు గళ్ళ కాగితంతో గాని ఈ సంఖ్యలను చూపించండి. చిన్న సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు, పెద్ద సంఖ్యకు కూడా కారణాంకాలే అన్న విషయాన్ని గమనించండి, చిన్న సంఖ్య ఆ రెండు గ.సా.భా. అన్న విషయం తెలియచేస్తుంది.

బొమ్మ 4.6-2

4.7

అ. కవల అభాజ్య సంఖ్యలు

ఆ. రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్పించి ఇంకొక సామాన్య భాజకం లేకపోతే వాటిని కవల అభాజ్య సంఖ్యలంటారు. ఒకటి తరువాత ఒకటి వచ్చే రెండు సంఖ్యలు కవల అభాజ్య సంఖ్యలు.

ఇ. సాధారణ వస్తువులు, చదరపు గళ్ళ కాగితాలు.

ఈ. పదిలోపు రెండు సంఖ్యలను వస్తువుల సమూహాల ద్వారా చూపించండి. వీటిని ఒకట్లుగా విడగొట్టవచ్చు. వీటిని ఇంకా ఏదైనా సమమైన సమూహాలుగా విభజించగలమేమో చూడండి. అలా చేయలేనప్పుడు ఆ రెండు సంఖ్యలు కవల అభాజ్య సంఖ్యలు. చదరపు గళ్ళ కాగితం తీసుకుని ఎంచుకున్న రెండు సంఖ్యలను చూపించండి. వీటిని సమమైన గళ్ళతో పూర్తిగా మడత పెట్టడం సాధ్యమవుతుందేమో చూడండి. ఒకటి తప్ప ఎక్కువ గళ్ళతో మడత పెట్టడం సాధ్యం కానప్పుడు అవి కవల అభాజ్య సంఖ్యలు. వరసగా వచ్చే రెండు సంఖ్యలతో పై ప్రక్రియను అవలంబించి అవి కవల అభాజ్య సంఖ్యలని గుర్తించండి.

ఉ. 12 లోపు సంఖ్యలతోనే ఈ పద్ధతులను అవలంబించవచ్చు. విషయం అవగాహన అయిన తరువాత వాడుకలో ఉన్న పద్ధతిని పిల్లలు ఉపయోగించగలుగుతారు.

యూనిట్ V

భాజక నియమాలు, వాటి సూలం

- 5.1 కూడికల మొత్తంగా సంఖ్యలు
- 5.2 లబ్ధాలుగా సంఖ్యలు
- 5.3 లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా సంఖ్యలు
- 5.4 భాజ్యాల భాజకాలు, వాటి కూడిక మొత్తాలు
- 5.5 సంఖ్యల భాజకం, సంఖ్యల గుణిజం
- 5.6 పై సంఖ్యామానాలు 5, 10లతో భాగింపబడటం
- 5.7 పై సంఖ్యామానాలు 3, 9లతో భాగింపబడటం
- 5.8 పై సంఖ్యామానాలు 2, 4, 8లతో భాగింపబడటం

5.1

అ. కూడికల మొత్తంగా సంఖ్యలు

- ఆ. 1 కంటే పెద్దదయిన సంఖ్యలన్నింటినీ రెండు (సహజ) సంఖ్యల కూడిక మొత్తంగా చూపించవచ్చు.
- ఇ. సాధారణ వస్తువులు, కాగితపు చదరపు గళ్ళు.
- ఈ. కొన్ని వస్తువుల సమూహాన్ని తీసుకోండి. వాటిని రెండు చిన్న సమూహాలుగా విభజించవచ్చేమో చూడండి. దీని ఆధారంగా ఒక సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యను రెండు చిన్న సమూహాల్లోని వస్తువుల సంఖ్యల కూడిక మొత్తంగా చూపించండి. చదరపు గళ్ళ కాగితాలను కూడా ఇందుకు ఉపయోగించండి.
- ఇతర సంఖ్యలతో కూడా ఈ ప్రక్రియను కొనసాగించి మీ పరిశీలనలను ఒక సాధారణ సూత్రంగా తెలియచేయండి.

5.2

అ. లబ్ధాలుగా సంఖ్యలు

- ఆ. 0 కంటే పెద్దదయిన సంఖ్యలన్నింటినీ రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా చూపించవచ్చు. సంయుక్త సంఖ్యనయితే రెండు ఇతర సంఖ్యల లబ్ధంగా చూపించవచ్చు.
- ఇ. సాధారణ వస్తువులు, ఒకే పరిమాణంగల చదరపు కాగితం ముక్కలు.
- ఈ. ఒక వస్తువుల సమూహాన్ని తీసుకుని వాటిని దీర్ఘచతురస్రాకార అమరికలో కేవలం ఒక వరసనుపయోగించి మాత్రమే అమర్చగలమో లేదా ఒకటి కంటే ఎక్కువ వరసల్లో అమర్చగలమో చూడండి. ఎలా అమర్చినా సమూహంలోని సంఖ్యను రెండు సంఖ్యల (వరసల సంఖ్య, వరసలోని వస్తువుల సంఖ్య) లబ్ధంగా చూపించవచ్చు. ఈ పరిశీలనలో చదరపు కాగితం ముక్కల్ని కూడా ఉపయోగించండి. ఈ ప్రక్రియను ఇతర సంఖ్యలతో కూడా అవలంబించి మీ పరిశీలనను ఒక సాధారణ సూత్రంగా తెలియచేయండి.

అ. లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా సంఖ్యలు

- ఆ. (రెండు కంటే పెద్దదయిన) ఏ సంఖ్యనైనా లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా చూపించవచ్చు. ఒకటి కంటే ఎక్కువ అంకాలు గల సంఖ్యలను ప్రత్యేకించి పై మానాల 'లబ్ధాల మొత్తంగా చూపవచ్చు.
- ఇ. సాధారణ వస్తువులు, 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితం, 10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం ముక్కలు, విడి చదరపు గళ్ళు.
- ఈ. రెండుకంటే ఎక్కువ వస్తువులు గల సమూహాన్ని తీసుకోండి. దానిని రెండుగా విభజించవచ్చేమో చూడండి. ఇప్పుడు ఈ చిన్న సమూహాలను దీర్ఘచతురస్రాకార అమరికలో అమర్చగలరేమో చూడండి. ఈ అనుభవంతో ఒక సంఖ్యను లబ్ధాల మొత్తంగా చూపించండి.

బొమ్మ 5.3-1 బొమ్మ 5.3-2

రెండు అంకెల సంఖ్యను పదిగళ్ళ కాగితం ముక్కలతోనూ, విడి చదరపు గళ్ళతోనూ చూపించండి. దీనిని లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా చూపించండి.

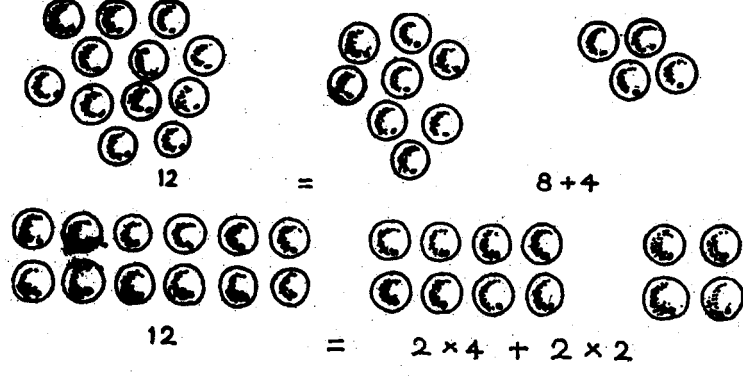
ఇదే విధంగా మూడంకెల సంఖ్యను 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, పదిగళ్ళ కాగితాలు, విడి చదరపు గళ్ళతోనూ చూపించి దానిని లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా చూపించండి.

పలు అంకెల సంఖ్యలతో అనుభవం ద్వారా మీ పరిశీలనను సాధారణ సూక్రికరణగా వెలువరించండి.

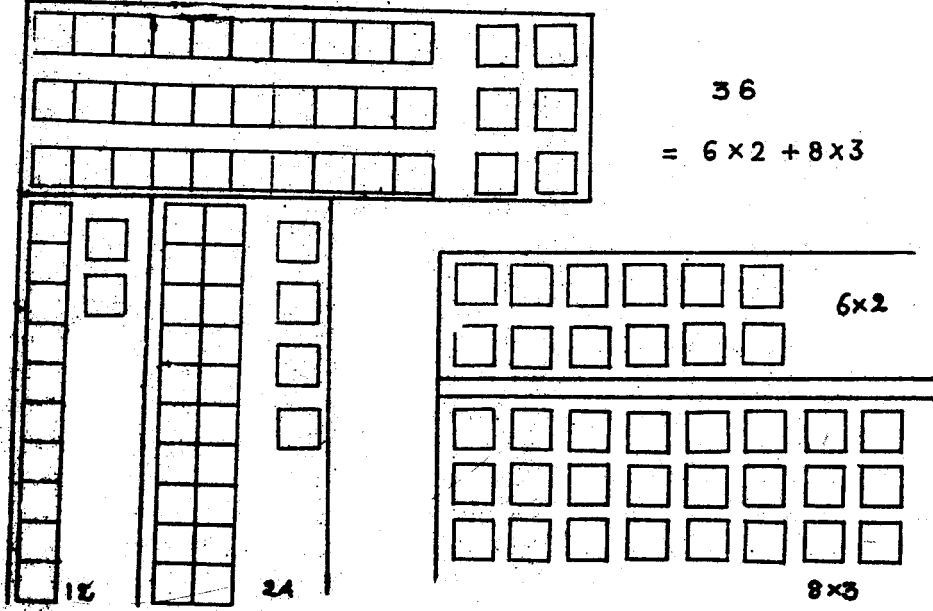
అ. భాజ్యం, భాజకం, వాటి మొత్తాలు

- ఆ. రెండు సంఖ్యలకు సామాన్య భాజకం ఉంటే ఆ భాజకం ఆ రెండు సంఖ్యల మొత్తాన్ని కూడా భాగిస్తుంది.
- ఒక సంఖ్య రెండవ సంఖ్యనూ, రెండవ మూడవ సంఖ్యల మొత్తాన్ని భాగించినప్పుడు ఆ సంఖ్య మూడవ సంఖ్యనూ భాగిస్తుంది.
- ఇ. చదరపుగళ్ళ కాగితం.
- ఈ. చదరపు గళ్ళ కాగితం నుంచి రెండవ సంఖ్యనూ, మూడవ సంఖ్యనూ సూచించే విధంగా దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలో కత్తిరించండి. అయితే వరసల సంఖ్య (లేదా వరసలోని గళ్ళ సంఖ్య) భాజకంతో సరిపోయేలా ఉండాలి. ఇప్పుడు ఈ రెండు దీర్ఘ చతురస్రాకారాలను కలిపి పెద్ద దీర్ఘ చతురస్రాన్ని తయారుచేయవచ్చు. భాజకం ఈ సంఖ్యల మొత్తాన్ని కూడా భాగిస్తుందన్నది విశదమవుతుంది. మరిన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార అమరికలతో ఈ ప్రక్రియను కొనసాగించండి. భాజకాన్ని తెలియచేసే విధంగా అడ్డ వరసల సంఖ్యను ఉంచి రెండవ సంఖ్యను ఒక వరసలోని గళ్ళతో సూచించండి. అడ్డ వరసల సంఖ్యను మార్చకుండా దీర్ఘ చతురస్రాన్ని పెంచుతూ పోవచ్చు; భాజకం దానిని భాగిస్తుంది. రెండవ సంఖ్యను తెలిపే

లబ్ధాల కూడిక మొత్తంగా సంఖ్యలు



చిత్రము 5.3-1



చిత్రము 5.3-2

భాగం వేరుపరిచి భాజకం మూడవ సంఖ్యను కూడా భాగిస్తుందని తెలుసుకోవచ్చు.

5.5

అ. సంఖ్యల భాజకాలు, సంఖ్యల గుణిజాలు

అ. ఒక సంఖ్య రెండవ సంఖ్యను భాగాహరిస్తే దాని గుణిజాలన్నింటిని కూడా భాగిస్తుంది.

ఇ. చదరపు గళ్ళ కాగితం.

ఈ. అడ్డ వరసల సంఖ్య భాజకాన్ని సూచించే విధంగా దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలో కొన్ని సంఖ్యలను చూపించండి. ఇటువంటి దీర్ఘ చతురస్రాకార అమరికలను కలిపి రెండవ సంఖ్య గుణిజాన్ని పొందవచ్చు. వీటిని భాజకం భాగిస్తుందన్న విషయం గమనించవచ్చు. అంటే ఒక సంఖ్య యొక్క భాజకం ఆ సంఖ్య యొక్క గుణిజాలను కూడా భాగిస్తుంది.

5.6

అ. పై సంఖ్యామానాలు 5, 10లతో భాగింపబడటం

అ. ప్రతి పై మానం (పదులు, వందలు, మొ॥) 5తో భాగింపబడుతుంది.

ప్రతి పైమానం 10తో భాగింపబడుతుంది.

ఇ. పూసల చట్రం, పూసలు.

పది చదరపు గళ్ళు గల కాగితపు అబాకస్.

ఈ. ఏదైనా పై మానం సంఖ్యను పూసలచట్రం పై చూపించండి. వీటిని కొన్ని దానిని కింది స్థాయి మానంలో పదిగా మార్చవచ్చు. కాబట్టి పై సంఖ్యామానాలు 5, 10లతో భాగింపబడతాయని తెలుస్తుంది.

5.7

అ. పై సంఖ్యామానాలు 3, 9లతో భాగింపబడటం

అ. ప్రతి పై సంఖ్యామానానికి (పూర్వపు) ముందు సంఖ్య 3తో భాగాహరింపబడుతుంది.

ప్రతి పై సంఖ్యామానానికి ముందు సంఖ్య 9తో భాగాహరింపబడుతుంది.

ఇ. పూసల చట్రం, పూసలు.

పదిగళ్ళ కాగితపు అబాకస్.

ఈ. మొట్టమొదటి పై సంఖ్యామానం అయిన 10ని అబాకస్ పై చూపించండి. దానిని పది ఒకట్లుగా మార్చండి. ఈ పది ఒకట్లని మూడు భాగాలుగా గాని, తొమ్మిది భాగాలుగా గాని సమంగా పంచలేమని తేలికగా తెలుస్తుంది. అయితే పది ఒకట్ల నుంచి ఒకటి తీసేస్తే తొమ్మిది ఒకట్లు మిగులుతాయి, వీటిని 3 భాగాలుగా గాని, 9 భాగాలుగా గాని సమంగా పంచవచ్చు. అంటే పదికి ముందు సంఖ్యను 3తో గాని, 9తో గాని భాగించవచ్చని అర్థం. ఆ తరువాత పై సంఖ్యామానం అయిన వందని అబాకస్ పై చూపించండి. వీటిని 9 పదులుగాను, 10 ఒకట్లుగాను మార్చండి. ఒకటి తీసేయటం వల్ల 9 పదులు, 9 ఒకట్లు మిగులుతాయి; వీటిని 3 లేదా 9 సమ భాగాలుగా పంచవచ్చు. 99 అంటే వందకి ఒకటి తక్కువ కాబట్టి వందకి ముందు సంఖ్య 3 తోటి, 9 తోటి భాగింపబడుతుంది. ఆ

తరువాత పై సంఖ్యామానాల్ని కూడా తీసుకుని ఇలాగే చేయండి. ప్రతిపై సంఖ్యామానానికి ముందు సంఖ్య 3 తోనూ, 9 తోనూ భాగింపబడుతుందని చెప్పవచ్చు.

5.8

అ. పై సంఖ్యామానాలు 2, 4, 8లతో భాగాహరింపబడటం

- అ. ప్రతి పై సంఖ్యామానాన్ని 10 గుణిజంగా చూపవచ్చు. పది 2తో భాగాహరింపబడుతుంది కాబట్టి ప్రతి పై సంఖ్యామానం 2తో భాగింపబడుతుంది. పది 4తో భాగింపబడదు, కాని వంద 4తో భాగింపబడుతుంది. వంద కంటే పై సంఖ్యామానాన్ని 100 గుణిజంగా చూపవచ్చు కాబట్టి ఆపై సంఖ్యామానాలన్నీ 4తో భాగింపబడతాయి. పది 8తో భాగింపబడదు, వంద కూడా 8తో భాగింపబడదు, కాని వెయ్యి 8తో భాగింపబడుతుంది. వెయ్యి కంటే పై సంఖ్యామానాల్ని వెయ్యి గుణిజాలుగా చూపవచ్చు కాబట్టి అవన్నీ 8తో భాగింపబడతాయి.
- ఇ. 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, పది చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, విడి చదరపు గళ్ళు.
- ఈ. పై సంఖ్యామానం అయిన పదిని పది చదరపు గళ్ళ కాగితంతో చూబించండి. దీనిని 2 భాగాలుగా సమంగా పంచటం వీలవుతుందేమో పరిశీలించండి. దీనిని 10 ఒకట్లుగా మార్చి అది 2తో భాగింపబడుతుందని తేలికగా గమనించవచ్చు. పది, ఆపై సంఖ్యామానాలు పది గుణిజాలు కాబట్టి ఇవన్నీ 2తో భాగింపబడతాయని గమనించండి.
పై సంఖ్యామానం అయిన పదిని పది గళ్ళ కాగితంతో చూబించండి. దీనిని పది ఒకట్లుగా మార్చి 4 స్థానాల్లో సమంగా పంచవచ్చేమో చూడండి. పది ఒకట్లని 4 స్థానాల్లో సమంగా పంచటం సాధ్యం కాదని అర్థమవుతుంది.
ఆపై సంఖ్యామానం అయిన వందని 4 స్థానాల్లో సమంగా పంచవచ్చేమో చూడండి. పది పదులుగా మారిస్తే 4 స్థానాల్లో రెండేసి పదులు వచ్చి ఇంకా రెండు పదులు మిగులుతాయి. ఈ రెండు పదుల్ని 20 ఒకట్లుగా మార్చి 4 స్థానాల్లో పంచితే ఒక్కొక్క స్థానానికి అయిదేసి ఒకట్లు సమంగా వస్తాయి. కాబట్టి వంద 4తో భాగింపబడుతుంది. వంద, ఆపై సంఖ్యామానాలన్నీ వంద గుణిజాలు కాబట్టి ఇవన్నీ 4తో భాగింపబడతాయి. ఇదే విధంగా చేస్తే 10, వంద 8తో భాగింపబడవనీ, కానీ వెయ్యి, ఆపై సంఖ్యామానాలన్నీ వెయ్యి గుణిజాలు కాబట్టి ఇవి 8తో భాగింపబడతాయని తెలుసుకోవచ్చు.
- ఉ. బోధనోపకరణాలు లేకుండా కూడా వీటిని చేయవచ్చు.

యూనిట్ VI

పూర్ణం నుండి అంశానికి, అంశం నుండి పూర్ణానికి

- | | |
|------|--|
| 6.1 | పూర్ణం, అంశం (మొత్తం, భాగం) |
| 6.2 | అంశాలకు పేర్లు |
| 6.3 | సమభిన్నాలు |
| 6.4 | సామాన్య భిన్నాలను పోల్చటం |
| 6.5 | పూర్ణసంఖ్యలకూ సామాన్య భిన్నాలకూ మధ్య సంబంధం |
| 6.6 | సామాన్య భిన్నాల కూడిక, తీసివేత - వాటి అర్థం, చేసే పద్ధతి |
| 6.7 | సామాన్య భిన్నాల హెచ్చవేత - అర్థం, చేసే పద్ధతి |
| 6.8 | సామాన్య భిన్నాలు, వాటి విలోమాలు |
| 6.9 | సామాన్య భిన్నాలతో భాగాహారం |
| 6.10 | దశాంశ భిన్నాలుగా సామాన్య భిన్నాలు |
| 6.11 | దశాంశ భిన్నాల కూడిక, తీసివేత |
| 6.12 | దశాంశ భిన్నాల హెచ్చవేత - అర్థం, చేసే పద్ధతి |
| 6.13 | దశాంశ భిన్నాలతో భాగాహారం - అర్థం, చేసే పద్ధతి |
| 6.14 | భిన్నాలు, శాతాలు. |

6.1

అ. పూర్ణం, అంశం

- అ. కొన్ని వస్తువుల సమూహాన్ని పూర్ణంగానూ, అంశంగానూ తీసుకోవచ్చు. ఒకే వస్తువును కూడా పూర్ణంగా, అంశంగా భావించవచ్చు. ఏదీ కూడా దానంతట అధి ఖచ్చితంగా పూర్ణం లేదా అంశం అనటానికి లేదు; పూర్ణం, అంశం అన్నవి సాపేక్షికమైనవి.
- ఇ. కాగితం (దీర్ఘచతురస్రం), గింజలు, సీసామూతలు.
- ఈ. కొన్ని గింజలు తీసుకోండి. వీటిని పూర్ణంగా భావించవచ్చు. వీటిని మరో సమూహం నుంచి తీసుకున్నామనుకుంటే అంశంగా కూడా భావించవచ్చు.

బొమ్మ 6.1-1

ఒక కాగితం తీసుకోండి. దీనిని పూర్ణంగా భావించవచ్చు. దీనిని ఇంకొక పెద్ద కాగితంలోంచి తీసుకున్నామనుకుంటే దీనిని అంశంగానూ భావించవచ్చు.

బొమ్మ 6.1-2

ఈ కాగితం 2ని గానీ ఏదైనా పూర్ణసంఖ్య, లేదా ఒక భిన్న సంఖ్యను సైతం సూచిస్తుందని భావించవచ్చు.

బొమ్మ 6.1-3

పూర్ణం, అంశం అన్నవి సాపేక్షికమైనవేకాని శాశ్వత సత్యాలు కావని గమనించండి.

పూర్ణం, అంశం



పూర్ణంగా చూడటం

అంశంగా
చూడటం

మొత్తం
సమూహం

మొత్తం సమూహం,
దానిలోని అంశం

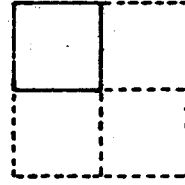
బొమ్మ 6.1-1



పూర్ణంగా చూడటం



అంశంగా
చూడటం



అంశంగా చూడటం



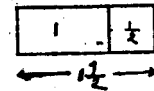
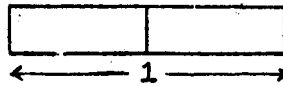
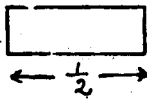
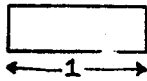
పూర్ణం



పూర్ణం, దాని అంశాలు గా

బొమ్మ 6.1-2

పూర్ణం, అంశాలు సాపేక్షికమైనవి



బొమ్మ 6.1-3

అంశాలకు పేర్లు

ఆ. ఒక పూర్ణాన్ని అసమాన భాగాలుగా లేదా సమ భాగాలుగా విభజించవచ్చు. ఒక పూర్ణాన్ని రెండు సమభాగాలుగా చేసినట్లయితే ఒక్కొక్క అంశం పూర్ణంలో సగమవుతుంది. దీనినే $1/2$ అన్న సామాన్య భిన్నంగా రాయవచ్చు. ఇందులో 1 లవం - ఎన్ని అంశాలు తీసుకున్నామో తెలియచేస్తుంది; 2 హారం - పూర్ణాన్ని ఎన్ని సమభాగాలుగా చేశామో తెలియచేస్తుంది.

ఒక అంశానికి దానికి సంబంధించిన పూర్ణానికి మధ్య గల సంబంధాన్ని భిన్నం తెలియచేస్తుంది. రెండు వేరు వేరు పూర్ణాల నుండి తీసుకున్న రెండు భిన్నాలను పోల్చలేం.

ఒక పూర్ణాన్ని నాలుగు సమభాగాలుగా చేస్తే ఒక్కొక్క భాగం పూర్ణంలో నాలుగో వంతు అవుతుంది. దీనినే 'పావు' అంటారు. దీనిని $1/4$ అన్న సామాన్య భిన్నంతో చూచిస్తాం. భాగాలలో రెండింటిని తీసుకుంటే సామాన్య భిన్నం $2/4$ అవుతుంది, అదే మూడు పావులను తీసుకుంటే సామాన్య భిన్నం $3/4$ అవుతుంది.

ఒక పూర్ణాన్ని మూడు సమభాగాలుగా చేస్తే ఒక్కొక్కటి పూర్ణంలో మూడవ వంతు అవుతుంది. దీనిని $1/3$ అని సామాన్య భిన్నంగా రాస్తాం. రెండు భాగాలు, లేదా మూడింట రెండు భాగాలు తీసుకుంటే సామాన్య భిన్నం $2/3$ అవుతుంది.

కొన్ని సమరేఖా ఖండాలను కలిపితే ఒక పెద్ద రేఖ అవుతుంది. ఖండాలను గుర్తించే పేర్లు పూర్ణాన్ని అమర్చే విధానం బట్టి ఉంటాయి. ఒక పూర్ణం యొక్క అంశాలు పూర్ణం కంటే తక్కువ; వీటిని క్రమ భిన్నం ద్వారా తెలుపుతాం. అంటే ఇందులో లవం హారం కంటే చిన్నది/తక్కువ. తీసుకున్న భాగాలు పూర్ణం కంటే తక్కువ కానప్పుడు దీనిని అపక్రమ భిన్నం ద్వారా తెలియచేస్తాం, దీంట్లో లవం హారంతో సమానం లేదా లవం హారం కంటే పెద్దది.

ఒక సామాన్య భిన్నాన్ని మూడు విధాలుగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. ఉదాహరణకు $2/5$ తీసుకోండి. దీని అర్థం (1) ఒక పూర్ణాన్ని 5 భాగాలుగా చేసి అందులో 2 భాగాలు తీసుకున్నాం (2) రెండు 5లో భాగింపబడుట లేదా రెండు 5 యొక్క ఎన్నో భాగం (3) ఒక పూర్ణాన్ని అయిదు వంతులుగా చేసి వాటిల్లో 2 తీసుకున్నాం.

ఇ. గింజలు, దారం, వైరు, దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితం, వృత్తాకార కాగితం.

ఈ. 8 గింజల్ని తీసుకోండి. వీటిని రెండు అసమాన భాగాలుగా విభజించండి. అసమాన భాగాల్లో 3, 5 గింజలుండవచ్చు, లేదా 1, 7 గింజలుండవచ్చు. ఈ గింజల్ని సమంగా పంచండి. సమ భాగాల్లో 1 గింజ, లేదా రెండు గింజలు, లేదా నాలుగు గింజలుండవచ్చు. 12 గుండీలను తీసుకోండి. వీటిని పూర్ణంగా భావించి రెండు సమభాగాలుగా చేయవచ్చు. ఒక్కొక్క భాగం పూర్ణంలో సగమవుతుంది. ఒక్కొక్క భాగంలో 6 గుండీలుంటాయి. పూర్ణాన్ని ఒక్కొక్క భాగంలో 3 గుండీలుండేలా నాలుగు సమభాగాలుగా చేయవచ్చు. రెండు పావు భాగాలలో $(2/4)$ మొత్తం 6 గుండీలుంటాయి, మూడు పావు భాగాలలో

(3/4) 9 గుండీలుంటాయి. ఈ మొత్తం గుండీలను మూడు సమభాగాలుగా కూడా చేయవచ్చు. ఒక్కొక్క భాగం మూడవ వంతు అవుతుంది, ఒక్కొక్క దాంట్లో 4 గుండీలుంటాయి. మూడింట రెండు వంతులలో 8 గుండీలుంటాయి.

బొమ్మ 6.2-1

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. అంచులు కలిపేలా రెండు సమభాగాలుగా మడతపెట్టండి. ఒక్కొక్క భాగం మొత్తంలో సగం అని గుర్తించి దాని మీద 1/2 అని రాయండి.

బొమ్మ 6.2-2

ఈ కాగితాన్ని నాలుగు సమ భాగాలుగా మడతపెట్టండి. ముందు సగానికి మడతపెట్టి మళ్ళీ సగానికి మడతపెట్టాలి. ప్రతిసారి అంచులు కలవాలి. ఇప్పుడు ఒక్కొక్క భాగం పావు అని గుర్తించి వాటి మీద 1/4 అని రాయండి. రెండు సమభాగాలు కలిపి మొత్తంలో రెండు పావులు అవుతాయి, ఈ భాగాన్ని 2/4 అని గుర్తించండి. మూడు సమభాగాలు కలిపి మొత్తంలో మూడు పావులవుతాయి, ఈ భాగాన్ని 3/4 అని గుర్తించండి. మొత్తాన్ని నాలుగు పావులుగా భావించవచ్చని కూడా గుర్తించండి, దీనిని 4/4 అంటే 1 ని రాయవచ్చు.

బొమ్మ 6.2-3

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దీనిని మూడు సమభాగాలుగా మడత పెట్టండి.

బొమ్మ 6.2-4

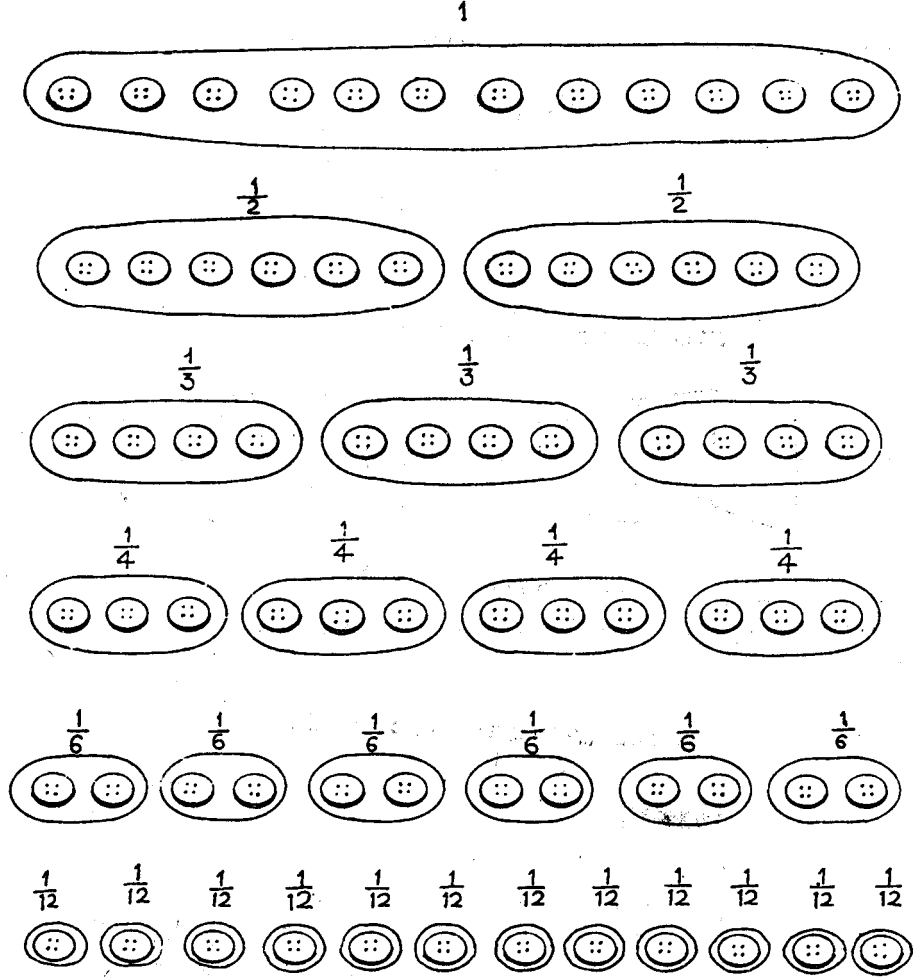
ఒక్కొక్క భాగం మొత్తంలో మూడవ వంతు అని గమనించి 1/3 అని రాయండి. రెండు భాగాలను తీసుకుంటే ఇది మొత్తంలో రెండు వంతులని గమనించి 2/3 అని రాయండి. ఆరు పుల్లలు (లేదా ఆరు వైరుముక్కలు, లేదా ఆరు దారాలు) తీసుకోండి. ఒక దానికొకటి అంచులు తాకేట్టు పెట్టి ఒక సరళరేఖను అమర్చండి. ఒక పుల్లని పూర్ణంగా తీసుకుంటే ఈ సమూహంలో పూర్ణానికి ఆరు రెట్లు ఉన్నాయి. రెండు పుల్లల్ని కలిపి పూర్ణంగా తీసుకుంటే సమూహంలో 3 పూర్ణాలున్నాయి, మొదటి పుల్ల 1/2 అవుతుంది, రెండు పుల్లలు 2/2 అవుతాయి, మూడు పుల్లలు కలిపి 1 1/2 లేదా 3/2 అవుతాయి. మూడు పుల్లల్ని కలిపి పూర్ణంగా తీసుకుంటే సమూహంలో రెండు పూర్ణాలున్నాయి. మొదటి పుల్ల 1/3 అవుతుంది, రెండు పుల్లలు కలిపి 2/3 అవుతాయి, మూడు పుల్లలు 3/3 లేదా 1 అవుతాయి, నాలుగు పుల్లలు 1 1/3 లేదా 4/3 అవుతాయి.

$$\frac{2}{2}, \frac{3}{2} \text{ ----- } \frac{3}{3}, \frac{4}{3} \text{ ----- వంటివి అప్రకృమ భిన్నాలని}$$

1/2, 1/3, 2/3 వంటివి క్రమభిన్నాలని గుర్తించండి.

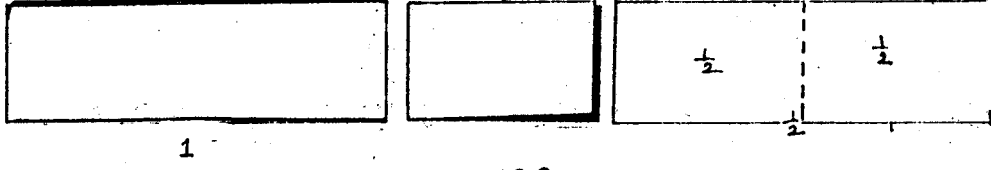
బొమ్మ 6.2-5

ఒక సమూహం, దాని అంశాలు



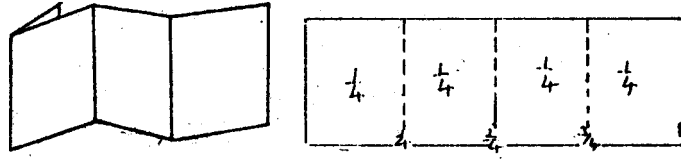
బొమ్మ 6.2-1

సగానికి మడత పెట్టడం



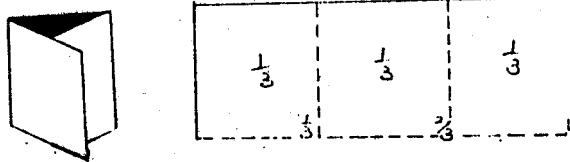
బొమ్మ 6.2-2

నాలుగు భాగాలుగా మడతపెట్టడం



బొమ్మ 6.2-3

మూడు భాగాలుగా మడత పెట్టడం



బొమ్మ 6.2-4

రెండు పేజీల కాగితాన్ని తీసుకోండి. దీనిని నాలుగు సమ భాగాలుగా చేయండి. ఒక పేజీ కాగితాన్ని తీసుకోండి (పైదాంట్లో సగం ఉండాలి), దీనిని కూడా నాలుగు సమ భాగాలుగా మడవండి. పెద్ద కాగితంలో ఒక పావు చిన్న కాగితంలోని రెండు పావులకు సమానం అని గుర్తించండి. రెండుని 4తో భాగించడమన్నా, రెండు పావులన్నా ఒకటేనని గమనించండి.

బొమ్మ 6.2-6

కాగితంలో సగానికి ఒక ప్రత్యేక ఆకారమంటూ ఉండదు. ఒక్కొక్కసారి రెండు భాగాలుగా కత్తిరించిన తరువాతే అంచులు ఒకదాని మీదకి ఒకటి వచ్చాయో లేదో తెలుస్తుంది.

బొమ్మ 6.2-7, బొమ్మ 6.2-8

మూడుని రెండు స్థానాల్లో పంచడం :

వేరు వేరు అయినప్పుడు :

మూడు వేరు వేరు వస్తువుల్ని సూచిస్తున్నప్పుడు రెండు స్థానాల్లో ఒక్కొక్క వస్తువు వస్తుంది, ఒక వస్తువు మిగిలిపోతుంది.

విభజించగలిగినప్పుడు :

ఈ సందర్భంలో రెండు స్థానాల్లో ఒక వస్తువు, ఒక అర వస్తువు చొప్పున వస్తుంది, శేషం ఉండదు.

దీనిని ఇంకొక రకంగా కూడ చేయవచ్చు; మూడు వస్తువుల్ని ఆరు అర్థభాగాలుగా చేయండి, ఇప్పుడు రెండు స్థానాల్లో మూడేసి అర్థభాగాలు చొప్పున సమంగా పంచవచ్చు.

బొమ్మ 6.2-9

ఉ. ఒక కాగితాన్ని 12 సమభాగాలుగానూ, 18 సమ భాగాలుగానూ మడత పెట్టగలగడం నేర్చుకోవాలి. ఒక కాగితాన్ని సగానికి, తిరిగి మూడు భాగాలుగానూ, ఇంకొకసారి సగానికి మడత పెడితే $(2 \times 3 \times 2)$ 12 సమభాగాలు అవుతాయి.

బొమ్మ 6.2-10

ఒక కాగితాన్ని సగానికి, తిరిగి మూడు భాగాలుగా, మళ్ళీ మూడు భాగాలుగా మడతపెట్టి $(2 \times 3 \times 3)$ 18 సమ భాగాలు పొందవచ్చు. ఇది ఒక విధానం. చదరపు గళ్ళ కాగితం నుంచి ఎన్ని భాగాలుగా చెయ్యాలో అన్ని గళ్ళ కాగితాన్ని కత్తిరించి, కత్తిరించిన కాగితాన్ని పూర్ణంగాను, గళ్ళను భాగాలుగాను గుర్తించాలి. ఆపిల్, అరటి పండు వంటి ఘనవస్తువుల ద్వారా సగం, పావులు నేర్పడం సరైనది కాదు. ఎందుకంటే ఈ సగలను, పావులను సమం అని చూపించడం కష్టం. వివిధ రకాల వస్తువులలో సగం వంటివి తరువాత తరువాత గాని పరిచయం చేయకూడదు.

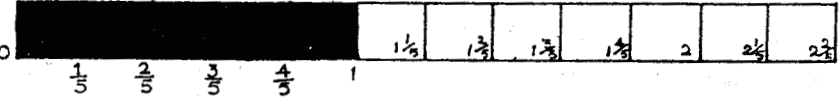
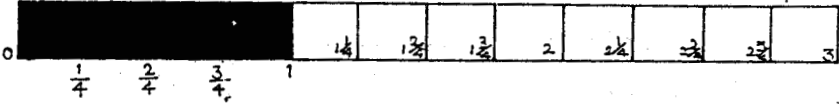
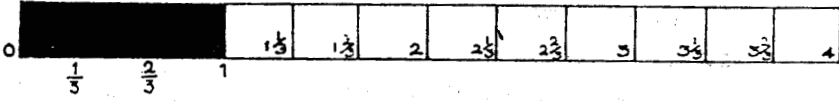
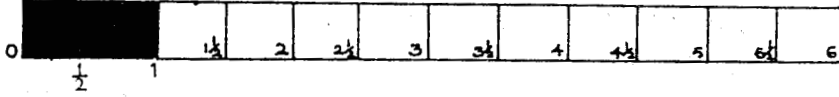
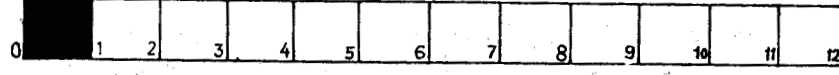
6.3

అ. సమ భిన్నాలు

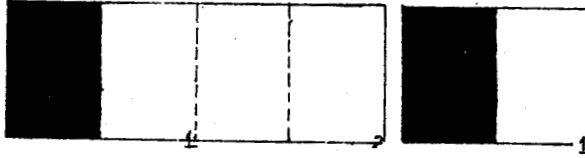
ఆ. ఒక భిన్న సంఖ్యను వివిధ భిన్న అంకెలలో రాయవచ్చు.

ఒకే భిన్న సంఖ్యను సూచించే వివిధ భిన్న అంకెలను సమభిన్నాలు అంటారు. ఒక భిన్నంలోని లవాన్నీ, హారాన్నీ ఒకే సహజ సంఖ్యతో హెచ్చవేసినపుడు సమభిన్నం వస్తుంది.

పూర్ణం దాని అంశాలలో మార్పులు



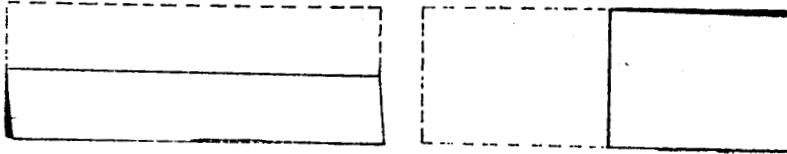
బొమ్మ 6.2-5



$$2 \div 4 = 2 \times \frac{1}{4}$$

$$1 \div 2 = \frac{1}{2}$$

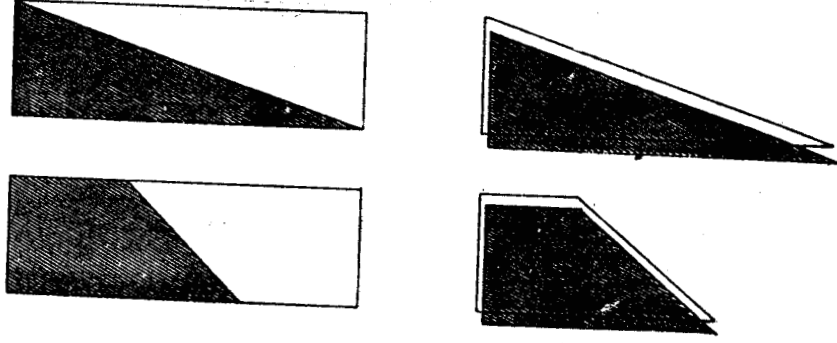
బొమ్మ 6.2-6



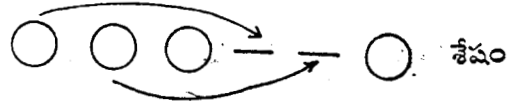
మడత పెట్టడం ద్వారా సగ భాగాలుగా చేయటం

బొమ్మ 6.2-7

కత్తిరించటం ద్వారా సగ భాగాలుగా చేయటం

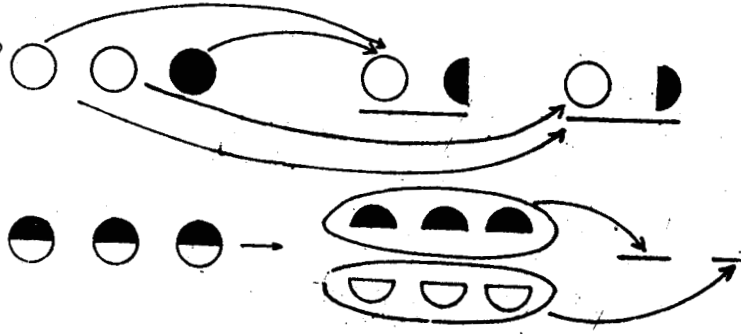


బొమ్మ 6.2-8



వివిధ రకాలుగా

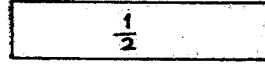
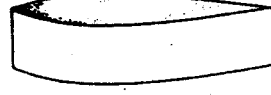
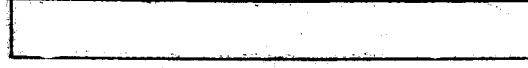
సగభాగాలు చేయటం



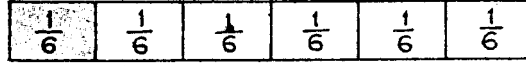
బొమ్మ 6.2-9

$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$ భాగాలు అయ్యేలా

కాగితం పట్టిని మడత పెట్టండి



$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

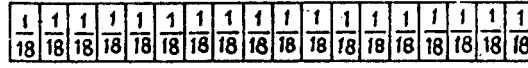


$$\frac{1}{6}$$



$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$
----------------	----------------	----------------

$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------



బొమ్మ 6.2-10

ఒక భిన్నంలోని లవాన్నీ, హారాన్నీ వాటి సామాన్య భాజకంతో భాగించినపుడు సమభిన్నం వస్తుంది.

ఇ. పొడవు, వెడల్పు సమంగా ఉన్న కాగితం ముక్కలు, గింజలు, కొలతలున్న బద్ద.

ఈ ఒకే పరిమాణం గల మూడు కాగితం ముక్కల్ని తీసుకోండి. మొదటి కాగితాన్ని రెండు సమ భాగాలుగానూ, రెండవ కాగితాన్ని నాలుగు సమభాగాలుగానూ, మూడవ కాగితాన్ని 8 సమ భాగాలుగానూ మడవండి. మూడు కాగితాల్ని ఒకదాని కిందొకటి అమర్చండి. పూర్ణంలో సగభాగం, పూర్ణంలో రెండు పావు భాగాలు, పూర్ణంలోని ఎనిమిదింట నాలుగు భాగాలు సమమని గుర్తించి ఇలా రాయండి.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad \text{బొమ్మ 6.3-1}$$

ఒకే పరిమాణం గల మూడు కాగితం ముక్కల్ని తీసుకోండి. మొదటి దాన్ని మూడు సమ భాగాలుగానూ, రెండవ కాగితాన్ని ఆరు సమభాగాలుగానూ, మూడవ కాగితాన్ని 12 సమభాగాలుగానూ మడతెట్టండి. ఈ కాగితాల్ని ఒకదాని కిందొకటి అమర్చి భాగాలను పోల్చండి. పూర్ణంలోని మూడింట ఒక వంతు, పూర్ణంలోని ఆరింట రెండు వంతులూ, పూర్ణంలోని పన్నెండింట నాలుగు వంతులూ సమమని గుర్తించి ఇలా రాయండి:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} \quad \text{బొమ్మ 6.3-2}$$

ఈ రెండు సందర్భాలలోనూ ఒకే పరిమాణం గల కాగితాల్ని ఉపయోగించాం కాబట్టి ఇవన్నీ ఒకే పూర్ణాన్ని సూచిస్తాయి. రెండు సమ భాగాలుగా చేసిన కాగితాన్నీ, నాలుగు సమభాగాలుగా చేసిన కాగితాన్నీ, ఆరు సమభాగాలుగా చేసిన కాగితాన్నీ, 8 సమభాగాలుగా చేసిన కాగితాన్నీ, 12 సమ భాగాలుగా చేసిన కాగితాన్ని ఒకదాని కిందొకటి చక్కగా అమర్చి భాగాల్ని పోల్చండి :

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$$

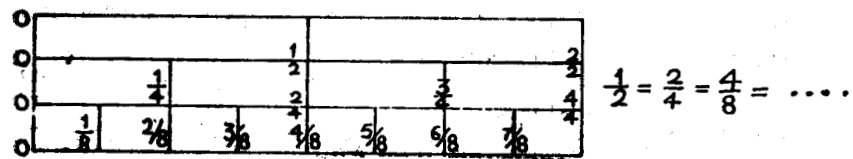
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} \quad \text{బొమ్మ 6.3-3}$$

సమ భిన్నాల క్రమాన్ని బట్టి లవాన్ని, హారాన్ని ఒకే (సహజ) సంఖ్యతో హచ్చవేసినపుడు గాని లేదా వాటి సామాన్య భాజకంతో భాగించినపుడు గాని సమభిన్నం లభిస్తుందని గమనించండి. కొలతలున్న బద్ద :

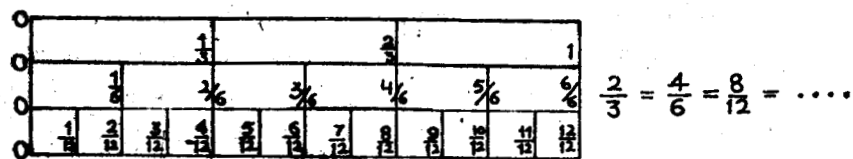
కొలతలున్న బద్దను తీసుకోండి. (అంగుళాలు గుర్తించి ఉన్న వైపు) 12ని పూర్ణంగా తీసుకోండి. అప్పుడు 1 నుంచి 12 వరకు పూర్ణంలో భాగాలవుతాయి :

1/12, 2/12, 3/12 ఇలా 12/12 వరకు

పూర్ణం మండి సమ భిన్నాలు

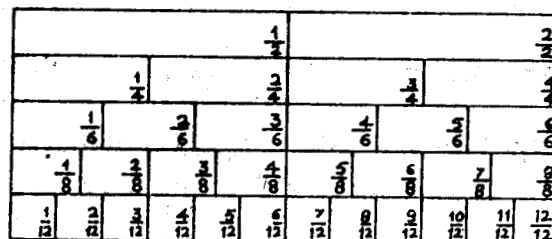


బొమ్మ 6.3-1



బొమ్మ 6.3-2

‘సమ భిన్నాలు



బొమ్మ 6.3-3

12 తరువాత ఉన్నవి 13/12, 14/12.... అవుతాయి.

పూర్ణంలో మొత్తం ఆరు సమభాగాలున్నట్లు కూడా భావించవచ్చు కాబట్టి కొలతల్ని ఈ విధంగా కూడా గుర్తించవచ్చు :

$$2 \rightarrow 1/6$$

$$4 \rightarrow 2/6$$

$$6 \rightarrow 3/6$$

$$8 \rightarrow 4/6$$

$$10 \rightarrow 5/6$$

$$12 \rightarrow 6/6$$

12 దాటిన తరువాత కొలతల్ని ఈ విధంగా గుర్తించాలి :

$$14 \rightarrow 7/6, \quad 16 \rightarrow 8/6.....$$

పూర్ణంలో మొత్తం 3 సమభాగాలు ఉన్నట్లు కూడా భావించవచ్చు. కాబట్టి కొలతల్ని ఈ విధంగా గుర్తించవచ్చు :

$$4 \rightarrow 1/3$$

$$8 \rightarrow 2/3$$

$$12 \rightarrow 3/3$$

12 దాటిన తరువాత కొలతల్ని ఈ విధంగా గుర్తించాలి :

$$16 \rightarrow 4/3, \quad 20 \rightarrow 5/3.....$$

బొమ్మ 6.3-4

పూర్ణాన్ని మొత్తం 4 సమభాగాలుగా కూడా విభజించవచ్చు కాబట్టి, కొలతల్ని ఈ విధంగా తిరిగి గుర్తించండి :

$$3 \rightarrow 1/4, \quad 6 \rightarrow 2/4, \quad 9 \rightarrow 3/4, \quad 12 \rightarrow 4/4$$

12 దాటిన తరువాత కొలతల్ని ఈ విధంగా గుర్తించాలి :

$$15 \rightarrow 5/4, \quad 18 \rightarrow 6/4.....$$

పూర్ణాన్ని మొత్తం రెండు సమ భాగాలుగా విభజించవచ్చు కాబట్టి కొలతల్ని ఈ విధంగా తిరిగి గుర్తించాలి :

$$6 \rightarrow 1/2$$

$$12 \rightarrow 2/2$$

12 దాటిన తరువాత కొలతల్ని ఈ విధంగా గుర్తించాలి :

$$18 \rightarrow 3/2, \quad 24 \rightarrow 4/2$$

పూర్ణంలో సగం, పూర్ణంలో రెండు పావులు, పూర్ణంలో ఆరింట మూడు భాగాలు, పూర్ణంలో పన్నెండింట 6 భాగాలు సమభాగాన్ని సూచిస్తాయి కాబట్టి అవి సమం. వాటిని ఇలా రాయవచ్చు

$$1/2 = 2/4 = 3/6 = 6/12$$

ఇటువంటివే మరిన్ని సమభిన్నాలను కనుగొని రాయండి:

$$1/6 = 2/12, 1/3 = 2/6 = 3/12, 1/4 = 3/12.$$

ఈ కింది విషయాన్ని కూడా గమనించండి.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{18}{12} \text{ -----}$$

విడి వస్తువులు :

12 వస్తువుల్ని తీసుకోండి. వాటిని పూర్ణంగా భావించి పై మాదిరి సమ భిన్నాలను పరీక్షించండి.

బొమ్మ 6.3-5

ఉ. లవాన్నీ, హారాన్నీ భిన్నంతో హెచ్చవేయడం ద్వారా కూడా సమభిన్నాలను పొందుతాం అన్నది ఈ దశలో పరిచయం చేయకూడదు.

6.4

అ. సామాన్య భిన్నాలను పోల్చటం

ఆ. హారం ఒకటే అయిన రెండు (సజాతి) భిన్నాలను పోల్చినపుడు దేంట్లో అయితే లవం పెద్దదో ఆ భిన్నమే పెద్దది.

ఒకటి లవంగా ఉన్న రెండు ఏకాంశ భిన్నాలను పోల్చినపుడు హారం పెద్దదిగా ఉన్న భిన్నం చిన్నది.

రెండు భిన్నాలలో లవం సమమై, హారం వేరు అయినపుడు హారం పెద్దదన్న భిన్నం చిన్నది.

అవక్రమ భిన్నాలన్నీ 1 కంటేనూ, అన్ని క్రమభిన్నాల కంటేనూ పెద్దవి.

1 అన్ని క్రమ భిన్నాలకంటే పెద్దది.

హారాలు వేరు వేరు అయిన రెండు (విజాతి) భిన్నాలను పోల్చవలసినపుడు సమభిన్నాలను పొందే సూత్రాన్ని ఉపయోగించి ముందు వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి.

'అ' అనే భిన్నం 'ఆ' అనే భిన్నం కంటే పెద్దది, 'ఆ' అనే భిన్నం 'ఇ' అనే భిన్నం కంటే పెద్దది అయినపుడు 'అ' అనే భిన్నం 'ఇ' అనే భిన్నం కంటే పెద్దది.

ఇ. ఒకే పరిమాణంగల కాగితం ముక్కలు, కొలతలున్న బద్ద, గింజలు.

ఈ. రెండు సమభాగాలుగా, మూడు సమభాగాలుగా, నాలుగు సమభాగాలుగా, ఎనిమిది సమభాగాలుగా మడిచిన కాగితం ముక్కల్ని తీసుకుని ఒక దాని కిందొకటి చక్కగా పేర్చండి.

పూర్ణంలో సగం పూర్ణంలో మూడింట ఒక వంతు కంటే ఎక్కువ అనీ, పూర్ణంలో మూడింట ఒక వంతు పూర్ణంలో పావు కంటే ఎక్కువనీ, పూర్ణంలో పావు భాగం పూర్ణంలో ఎనిమిదింట ఒక వంతు కంటే ఎక్కువనీ గుర్తించి ఇలా రాయండి.

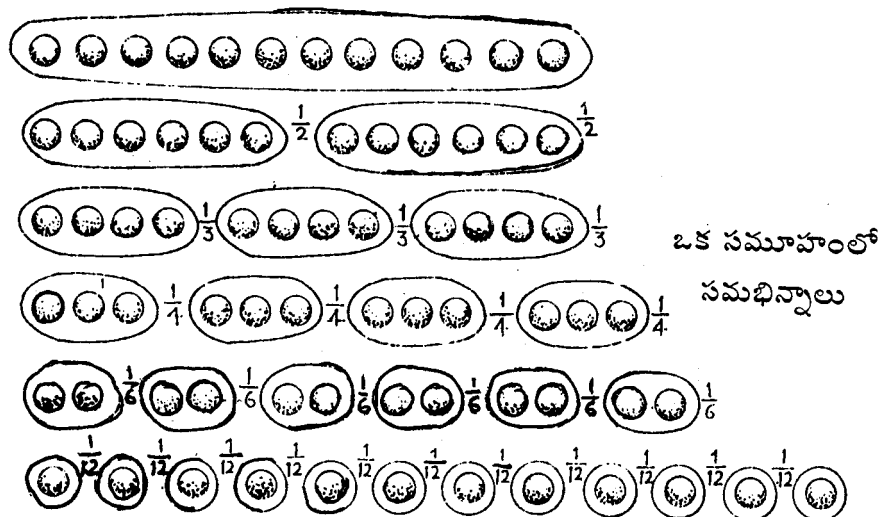
$$1/2 > 1/3 > 1/4 > 1/8$$

బొమ్మ 6.4-1

పూర్ణంలో భిన్నాలను గుర్తించటం

[illegible]

బొమ్మ 6.3-4



బొమ్మ 6.3-5

12 భాగాలు (అంగుళాలు) ఉన్న కొలత బద్దని పూర్ణంగా భావించండి. 4.3లో చెప్పినట్లుగా దానిని రకరకాలుగా విభజించి భాగాలను గుర్తించండి. ఇదే అంశాన్ని ఇక్కడ బొమ్మలో కూడా చూపించాం.

బొమ్మ 6.4-2

విజాతి భిన్నాలను పోల్చవలసినపుడు ముందు వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలన్నది గమనించండి.

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{3} \text{ లను పోల్చాలంటే } \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \text{ సజాతి భిన్నాలుగా మార్చిపోల్చాలి.}$$

విజాతి భిన్నాలను పోల్చవలసినపుడు ముందు వాటిని సమ, సజాతి భిన్నాలను లెక్కగట్టాలన్నది గమనించండి. ఏ అపక్రమ భిన్నం కూడా 1 కంటే తక్కువ కాదనీ, ఏ క్రమ భిన్నం కంటే కూడా తక్కువ కాదనీ గమనించండి. అలాగే 1 కూడా అన్నీ క్రమ భిన్నాల కంటే పెద్దది. 12 గింజల్ని తీసుకోండి, వీటిని పూర్ణంగా భావించి వివిధ భాగాలను గుర్తించండి.

బొమ్మ 6.4-3

ఇంతకు ముందు మాదిరిగానే వివిధ భిన్నాలను పోల్చండి.

$$\text{ఉదా: } \frac{1}{2} (6 \text{ గింజలు}) > \frac{1}{3} (4 \text{ గింజలు}), \text{ మొ॥}$$

6.5

అ. పూర్ణ సంఖ్యలకూ సామాన్య భిన్నాలకూ మధ్య పోలిక

ఆ. భిన్నమంటే ఒక పూర్ణసంఖ్యను ఒక సహజ సంఖ్యతో భాగించటం. భాగాహారాల్ని మరింతగా వివరించాలంటే ఇందులో భాజ్యం లవమవుతుంది, భాజకం హారం అవుతుంది. ఒక సహజ సంఖ్య మరొక సహజ సంఖ్యను ఎల్లప్పుడూ పూర్తిగా భాగించదు (అంటే శేషం '0' వచ్చేలా భాగించదు). కానీ ఒక భిన్న సంఖ్య ఇంకొక భిన్న సంఖ్యను ఎల్లప్పుడూ సంపూర్ణంగా భాగిస్తుంది (అంటే ఎప్పుడూ శేషం సున్నా అవుతుంది.)

ప్రతి పూర్ణ సంఖ్యనూ భిన్న సంఖ్యగా భావించవచ్చు, కాని ప్రతి భిన్న సంఖ్యను పూర్ణ సంఖ్యగా భావించలేం.

ఒక భిన్న సంఖ్యలోని లవం హారం యొక్క గుణిజమైనప్పుడు ఆ భిన్నం ఒక పూర్ణ సంఖ్యను సూచిస్తుంది.

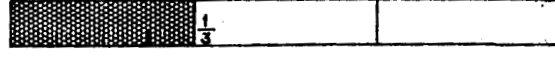
ఒక అపక్రమ భిన్న సంఖ్యను ఒక పూర్ణ సంఖ్య, ఒక భిన్నం యొక్క మిశ్రమంగా రాయవచ్చు.

ఇ. గింజలు, కాగితం ముక్కలు, కొలతలున్న బద్దలు.

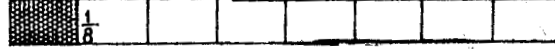
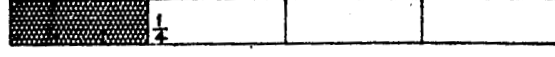
ఈ. కొలతలున్న బద్దను తీసుకుని సెంటీమీటర్ల వైపు ఉన్న 12 గుర్తులను పూర్ణంగా తీసుకుని గుర్తులను తిరిగి గుర్తించండి.

$$1 \text{ ని } \frac{12}{12}, \frac{6}{6}, \frac{4}{4}, \frac{3}{3}, \frac{2}{2} \text{ గా గుర్తించవచ్చున్నది గమనించండి.}$$

భిన్నాలను పోల్చటం

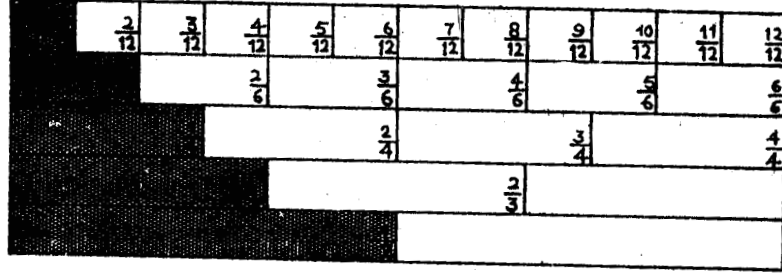


$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$



బొమ్మ 6.4-1

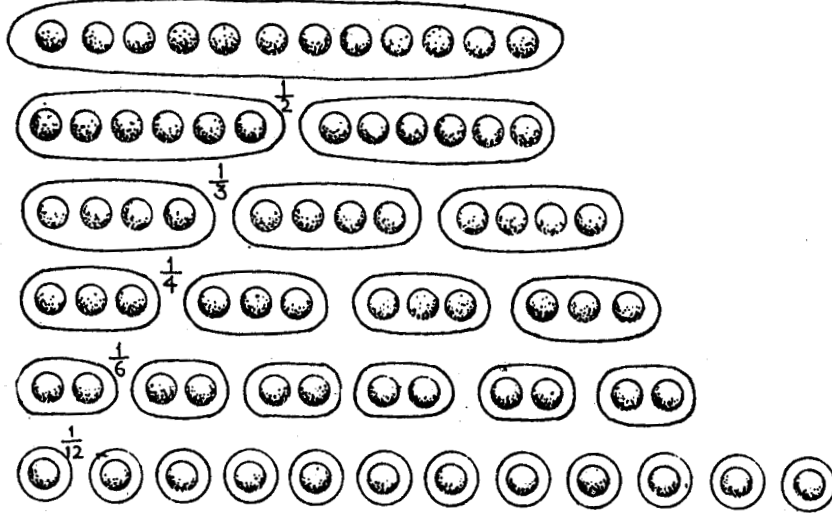
వికాశ భిన్నాలను పోల్చటం



$$\frac{1}{12} < \frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

బొమ్మ 6.4-2

వికాశ భిన్నాలను పోల్చటం



$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$$

బొమ్మ 6.4-3

2 ని $\frac{24}{12}, \frac{12}{6}, \frac{8}{4}, \frac{6}{3}, \frac{4}{2}$ ఇలా గుర్తించుకుంటూపోవచ్చని గమనించండి.

0 ని $\frac{0}{12}, \frac{0}{6}, \frac{0}{4}, \frac{0}{3}, \frac{0}{2}$ గా గుర్తించడం గమనించండి.

(సున్నాతో సహా) పూర్ణసంఖ్యలను భిన్న సంఖ్యలుగా రాయవచ్చని దీని బట్టి తెలుస్తోంది. ప్రతి సందర్భంలోనూ లవం హారం యొక్క గుణిజమన్నది కూడా గమనించండి.

6.6

అ. సామాన్య భిన్నాల కూడిక, తీసివేత - వాటి అర్థం, చేపే పద్ధతి

అ. రెండు సజాతి భిన్నాలను కూడవచ్చు. వీటి కూడిక మొత్తం కూడా సజాతి భిన్నమే. కూడిక మొత్తంలోని లవం, కూడిన భిన్నాలలోని లవాల మొత్తం. రెండు విజాతి భిన్నాలను కూడటం పాధ్యం కాదు. ముందు వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి తరువాత కూడాలి. రెండు సజాతి భిన్నాలలో పెద్ద దానినుంచి చిన్న దానిని తీసివేస్తే మరొక సజాతి భిన్నం వస్తుంది. దీని లవం పై రెండు సజాతి భిన్నాల లవాల తేడాతో సమానం. రెండు విజాతి భిన్నాలతో తీసివేత చెయ్యవలసినపుడు ముందుగా వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి పెద్ద దాంట్లో నుంచి చిన్నదానిని తీసివేయాలి.

ఇ. కాగితం ముక్కలు, గింజలు, కొలతలున్న బద్దలు - రెండు.

ఈ. సగం, పావు, ఎనిమిది సమ భాగాలుగా విభజించిన కాగితం ముక్కల్ని తీసుకోండి. వాటిని ఒక దాని కింద ఒకటి చక్కగా అమర్చండి. ఒకే కాగితం ముక్కతో ఈ విషయాలను గమనించండి :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} \text{ -----}$$

ఒకే కాగితం ముక్కలో సజాత భిన్నాలు ఉంటాయి కాబట్టి కూడికలు తేలిక.

బొమ్మ 6.6-1

$1/4 + 1/8$ కూడాలంటే $1/4 = 2/8$ కాబట్టి,

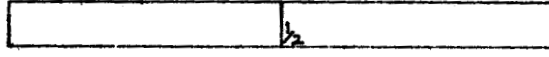
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

అంటే రెండు విజాత భిన్నాలను కూడాలంటే ముందుగా వాటిని సజాత భిన్నాలుగా మార్చాలి.

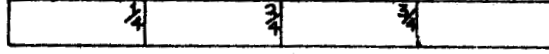
బొమ్మ 6.6-2

రెండు సజాత భిన్నాల తీసివేత ఒకే కాగితం ముక్కతో చేయవచ్చు. కాని రెండు విజాత భిన్నాలను తీసివేయాలంటే ముందుగా వాటి సజాత భిన్నాలు తెలియాలి.

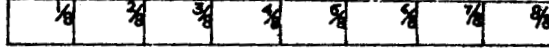
బొమ్మ 6.6-3



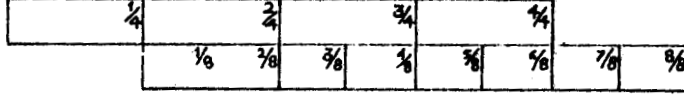
_____ పూర్ణంలో సగాలు



_____ పూర్ణంలో నాలుగు భాగాలు

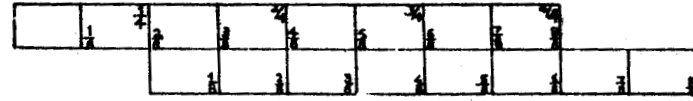


_____ పూర్ణంలో ఎనిమిది భాగాలు



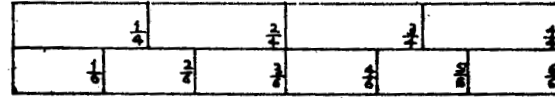
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = ?$$

బొమ్మ 6.6-1



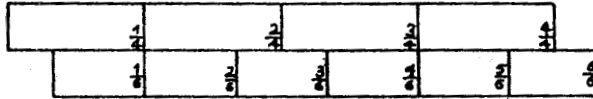
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

బొమ్మ 6.6-2

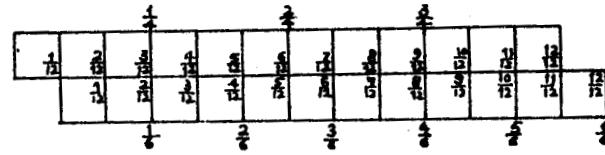


పూర్ణం నాలుగు భాగాలు

పూర్ణం ఆరు భాగాలు

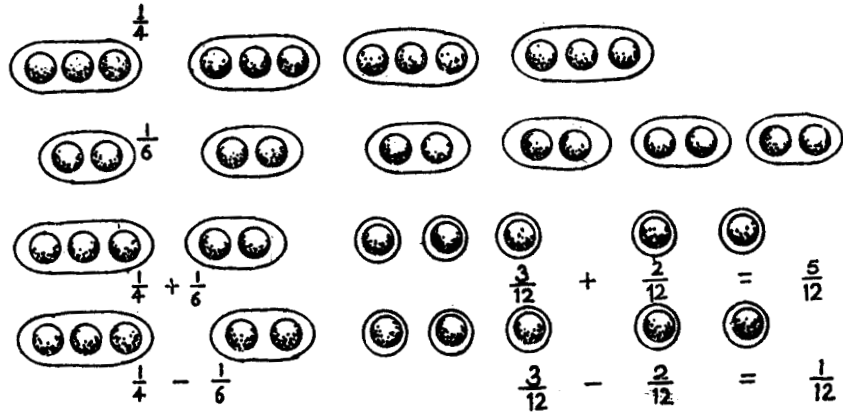


$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = ?$$



$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

బొమ్మ 6.6-3



బొమ్మ 6.6-4

గింజలనుపయోగించి సజాతి భిన్నాల తీసివేతనూ, విజాతి భిన్నాల తీసివేతనూ చేయండి.

బొమ్మ 6.6-4

భిన్న సంఖ్యలతో కూడికలు, తీసివేతలు చేయటానికి కొలతలున్న బద్దలు రెండు తీసుకుని 12 భాగాలను (అంగుళాలు) పూర్ణంగా తీసుకుని తిరిగి భాగాలు గుర్తించాలి. పూర్ణసంఖ్యలో తీసివేతలు, కూడికలు చేసినట్లే ఇప్పుడు ఈ కొలత బద్దలనుపయోగించి భిన్న సంఖ్యల కూడికలు, తీసివేతలు చేయవచ్చు.

బొమ్మ 6.6-5

ఉ. మిశ్రమ భిన్నాల కూడిక, తీసివేత గురించి ఇక్కడ చర్చించలేదు, ఎందుకంటే వాటిని అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి కూడిక, తీసివేత చేయవచ్చు. అలా కాకపోయినా మిశ్రమ భిన్నాలతోనే కూడిక, తీసివేత తేలికగా చేయవచ్చు.

6.7

అ. సామాన్య భిన్నాల హెచ్చవేత - అర్థం, చేసే పద్ధతి

ఆ. ఒక భిన్నాంశం యొక్క భిన్నాంశం ఆ రెండు భిన్నాల యొక్క లబ్ధాన్నిస్తుంది. రెండు సామాన్య భిన్నాల (సజాతి లేదా విజాతి) లబ్ధం కూడా ఒక సామాన్య భిన్నం : దీని లవము ఆ రెండు భిన్నాల లవముల లబ్ధం, హారము ఆ రెండు భిన్నాల హారముల లబ్ధం.

ఇ. కాగితపు పట్టీలు, కాగితాలు, ఒకే పరిమాణం గల చదరపు కాగితాలు (పారదర్శకమైనవి), వస్తువులు, కొలతలుగల రూలర్లు.

ఈ. సగం, పావు, ఎనిమిది భాగాలు చేసిన కాగితపు పట్టీలు తీసుకోండి. పట్టీలో సగం భాగం యొక్క సగం భాగాన్ని గుర్తించండి. ఇది మొత్తం పట్టీలో పావు భాగమని గమనించండి. అంటే పూర్ణంలో సగభాగంలో సగభాగం పూర్ణంలో పావుభాగమని గుర్తించండి. ఇందులో గుణకారం ఇమిడి వున్నదని గమనించి దానిని ఇలా రాయండి :

$$1/2 \text{ లో } 1/2 = 1/2 \times 1/2 = 1/4$$

బొమ్మ 6.7-1

ఈ కింది వాటిని కూడా గమనించండి :

2/4లో 1/2 అంటే 1/4 లేదా 2/8. 1/4, 2/8 సమాన భిన్నాలు. కాబట్టి

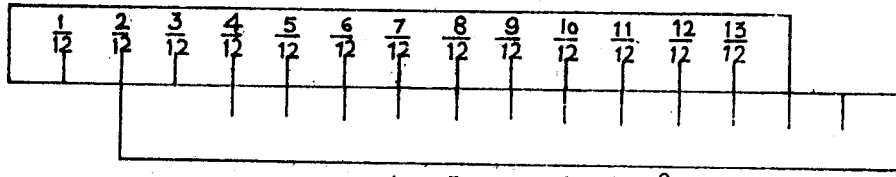
$$2/4 \text{ లో } 1/2 = 2/8 \text{ లేదా } 1/4$$

ఒకే పరిమాణంగల దీర్ఘ చతురస్రాకారపు కాగితాలు తీసుకోండి. ఒక కాగితాన్ని సగానికి మడత పెట్టండి. తరువాత సగ భాగంలో 1/3 వంతు గుర్తించండి. 1/2లో 1/3 వంతు మొత్తంలో ఎన్నో వంతు అవుతుందో గమనించండి.

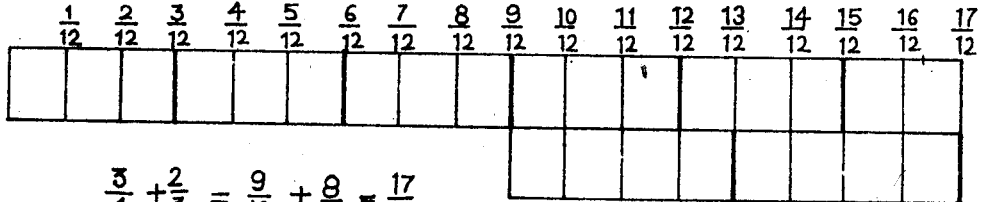
బొమ్మ 6.7-2

ఒక కాగితాన్ని మూడు భాగాలుగా మడతపెట్టండి. మూడవ వంతులో సగభాగాన్ని గుర్తించండి. 1/3లో 1/2 వంతు మొత్తంలో ఎన్నవ వంతు గమనించండి.

బొమ్మ 6.7-3



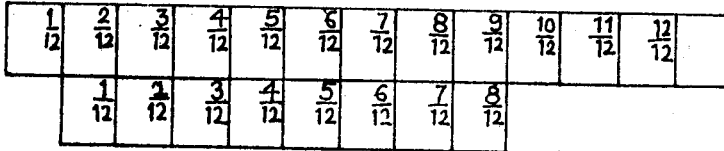
$$\frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \quad \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$$



$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

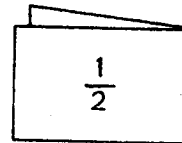
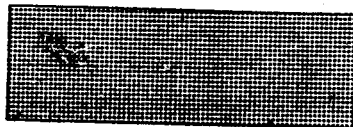
$\frac{2}{3}$



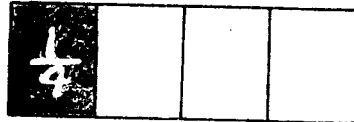
$\frac{2}{3}$

బొమ్మ 6.6-5

కొగితం మడత పెట్టడం ద్వారా భిన్నాల హెచ్చవేత



పూర్ణంలో సగంలో
సగం పొందటం



బొమ్మ 6.7-1

మొత్తంలో $1/2$ లో $1/3$ వంతు అన్నా $1/3$ లో $1/2$ వంతు అన్నా $1/6$ అని గమనించండి.
దానిని ఇలా రాయండి :

$$1/3 \times 1/2 = 1/2 \times 1/3 = 1/6.$$

ఒకే పరిమాణం గల పారదర్శకపు చదరపు కాగితాలను తీసుకుని రెండు, మూడు, ఆరు, ఎనిమిది సమభాగాలుగా మడతపెట్టండి. 2, 3, 6, 8 హారముగా గల రెండు భిన్నాల లబ్ధాన్ని ఆయా విధంగా మడతపెట్టిన కాగితాల ద్వారా తేలికగా తెలుసుకోవచ్చు. ఆ రెండు కాగితాలను నిలుపు, అడ్డంగా పేర్చితే రెండింటి సామాన్య ప్రదేశం లబ్ధమవుతుంది. 12 భాగాలు (సెక్సమ్.) గల కొలత బద్దను తీసుకుని దానిని మొత్తంగా భావించి భాగాలను తిరిగి గుర్తించండి.

$1/3$ లో $1/2 = 1/6$ అని గమనించండి. దీనిని $1/3 \times 1/2 = 1/6$ అని రాయండి.

బొమ్మ 6.7-4

$2/3$ లో $1/2 = 2/6$ లేదా $1/3$; $3/4$ లో $2/3 = 6/12$ లేదా $1/2$;

$5/3$ లో $3/4 = 15/12$ లేదా $5/4$ అని గమనించండి.

ఒక్కొక్క దానిలో 24 విత్తనాలు గల 7 సమూహాలను తీసుకోండి. ఒక దానిని 12 విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగా విభజించండి, ఇంకొక దానిని 8 విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగాను, ఇంకొక దానిని 6 విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగాను, ఇంకొక దానిని 4 విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగాను, ఇంకొక దానిని 3 విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగాను, ఇంకొక దానిని రెండు విత్తనాలు ఉండే సమూహాలుగాను, ఆఖరి దానిని ఒక్కొక్క విత్తనం ఉండే సమూహాలుగాను విభజించండి. ప్రతిసారి పెద్ద సమూహం నుంచి ఏర్పడిన చిన్న సమూహాల సంఖ్య మొత్తం యొక్క భిన్నాన్ని సూచిస్తుందని గమనించండి.

$1/4$ లో $1/2 = 1/8$ అని గమనించండి (౨ $1/4$ లో $1/2 = 6$ లో $1/2 = 3$ అంటే $1/8$)

$5/8$ లో $2/3 = 10/24$ లేదా $5/12$ ($5/8$ లో $2/3$ లేదా 15 లో $2/3$ లేదా 10 అంటే $10/24$ లేదా $5/12$)

బొమ్మ 6.7-5

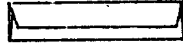
ఉ. మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చుకోవచ్చు కాబట్టి మిశ్రమ భిన్నాల గుణాకారం గురించి చర్చించలేదు.

6.8

సామాన్య భిన్నాలూ వాటి విలోమాలు (రెసిప్రోకల్స్)

ఆ. సున్నా తప్ప మిగిలిన భిన్నాలన్నింటికీ విలోమాలు ఉంటాయి. (సున్నా కాని) భిన్నాన్ని దాని విలోమంతో హెచ్చవేస్తే వచ్చే లబ్ధం 1.

(1 కాని) క్రమ భిన్నం యొక్క విలోమం అపక్రమ భిన్నం అవుతుంది. అదే విధంగా ఒక అపక్రమ భిన్నం యొక్క విలోమం క్రమభిన్నమవుతుంది. ఒక సహజ సంఖ్య యొక్క విలోమం ఏకాంశ భిన్నం. సున్నాకు విలోమం లేదు. 1కి విలోమం 1యే.



$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	

పూర్ణంలో మూడవ వంతు

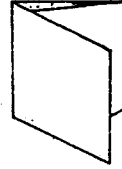
పూర్ణంలో సగంలో $\frac{1}{3}$
1/3 వ వంతు

$\frac{1}{2}$	

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

బొమ్మ 6.7-2

కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా భిన్నాల హెచ్చవేత

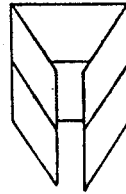


పూర్ణంలో
మూడవ వంతు

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---------------	---------------	---------------



$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$

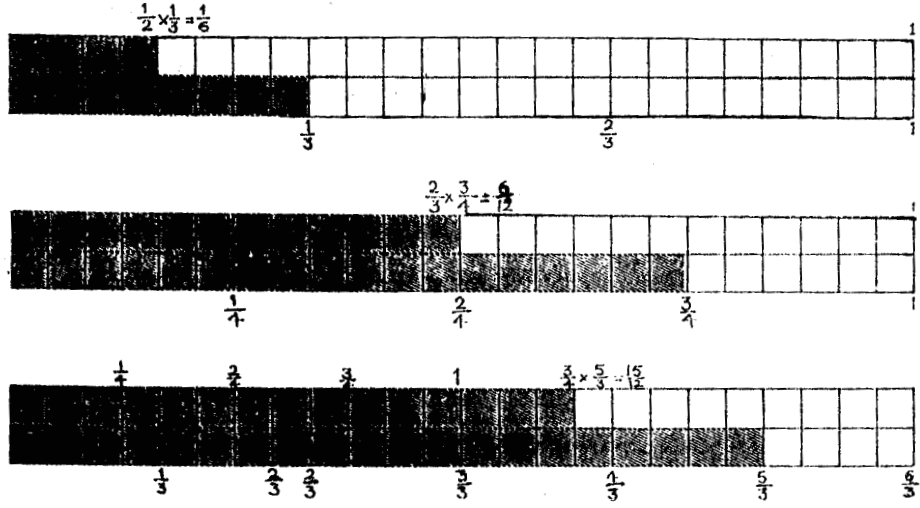


పూర్ణంలో మూడవ
వంతులో సగం

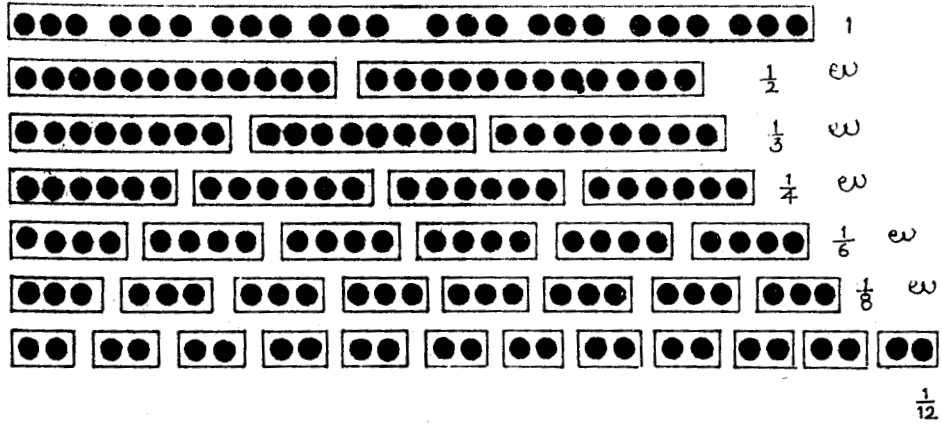
$\frac{1}{3}$		

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

బొమ్మ 6.7-3



బొమ్మ 6.7-4



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

బొమ్మ 6.7-5

ఇ. కాగితం, కొలతలు గల బద్ద, వస్తువులు.

ఈ. రెండు పేజీల కాగితాన్ని తీసుకోండి. అది 2 ను సూచిస్తుందనుకోండి. రెండు పేజీల కాగితంలో సగం తీసుకోండి. 2లో 1/2 అంటే ఒక పేజీ కాగితమని గమనించండి. కాబట్టి

$$1/2 \times 2 = 1$$

బొమ్మ 6.8-1

ఒక కాగితాన్ని తీసుకోండి. అది 1 1/2 లేదా 3/2ను సూచిస్తుందనుకోండి. 1 సూచించే భాగాన్ని గుర్తించండి. కాగితంలో 2/3 వంతు తీసుకోండి. 3/2లో 2/3 కాగితంలో సూచించినది 1కి సమానమని గమనించండి. కాబట్టి

$$2/3 \times 3/2 = 1$$

బొమ్మ 6.8-2

కాగితంలో 2/3 వంతు తీసుకుని దాంట్లో 3/2 వంతు కనుక్కోండి. ఇది మొత్తం కాగితానికి సమానమని గమనించండి. కాబట్టి

$$3/2 \times 2/3 = 1$$

బొమ్మ 6.8-3

(సున్నా కాని) ప్రతి భిన్నానికి పూర్ణంతో సమానమయ్యే లబ్ధాన్నిచ్చే మరొక భిన్నం ఉంటుందని గమనించండి. ఇంకో విధంగా చెప్పాలంటే (సున్నా కాని) ప్రతి భిన్నానికి విలోమం ఉంటుంది. సహజసంఖ్య యొక్క విలోమం ఏకాంశ భిన్నమనీ, ఏకాంశ భిన్నం యొక్క విలోమం సహజ సంఖ్యయనీ కూడా గమనించండి.

12 భాగాలు (సెం.మీ.) గల కొలత బద్దను తీసుకుని దానిని మొత్తంగా భావించి భాగాలను తిరిగి గుర్తించండి.

$$4/3 \text{ లో } 3/4 = 12/12 \text{ లేదా } 1; 2/3 \text{ లో } 3/2 = 6/6 \text{ లేదా } 1... \text{ అని గమనించండి.}$$

బొమ్మ 6.8-4

12 వస్తువులు ఉండేలా 5 సమూహాలను తీసుకోండి. ఈ సమూహాన్ని మొత్తంగా భావించి ఒక దానిని 6 చొప్పున ఉండేలా, ఇంకొక దానిని 4 చొప్పున, ఇంకొక దానిని 3 చొప్పున, ఇంకొక దానిని 2 చొప్పున, చివరి దానిని 1 చొప్పున ఉండేలా విభజించండి. ప్రతిసారి చిన్న సమూహం మొత్తం సమూహంలో ఎన్నవ వంతో గమనించండి.

$$2 \times 1/2 = 1 (\text{లేదా } 2 \times 6 = 12); 1/2 \times 2 = 1 (\text{లేదా } 1/2 \times 24 = 12).... \text{ మొదలైనవి గమనించండి.}$$

బొమ్మ 6.8-5

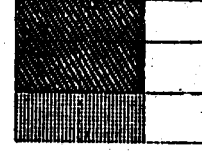
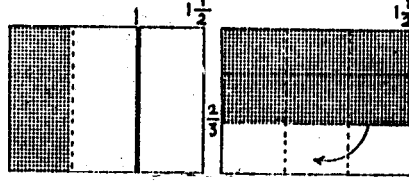
$$3/4 \times 4/3 = 1 (3/4 \times 16 = 12) \quad 4/3 \times 3/4 = 1 (4/3 \times 9 = 12) \text{ అన్నది కూడా గమనించండి.}$$

6.9

అ. సామాన్య భిన్నాలతో భాగాహారం

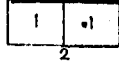
అ. ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతో భాగించాలంటే మొదటి భిన్నాన్ని రెండవ భిన్నం యొక్క విలోమంతో హెచ్చవేయాలి. ఒక సహజ సంఖ్యతో భాగించటమంటే దాని విలోమంతో

(సున్నా కాని) భిన్న సంఖ్య × దాని విలోమం = ఒకటి



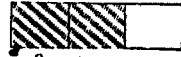
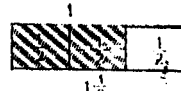
బొమ్మ 6.8-3

$$1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$



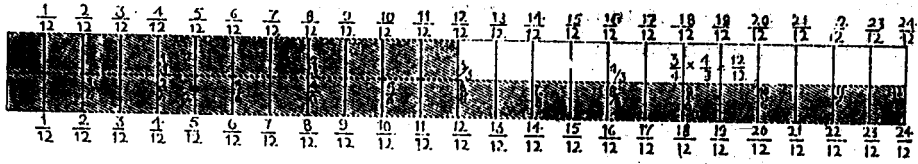
$$\frac{1}{2} \times 2$$

బొమ్మ 6.8-1



$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

బొమ్మ 6.8-2



$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6}$$

బొమ్మ 6.8-4

హెచ్చవేయటంతో సమానం.

ఇ. ఒకే పాడవు, వెడల్పు గల కాగితం ముక్కలు; వస్తువులు.

ఈ నాలుగు పాడుగాటి కాగితం ముక్కలు తీసుకోండి. ఒక దానిని మడత పెట్టుకుంటే అలాగే ఉంచండి. రెండవ దానిని రెండు సమభాగాలుగా మడత పెట్టండి; అలాగే మూడవ దానిని మూడు సమభాగాలుగా, నాలుగవ దానిని నాలుగు సమభాగాలుగా మడత పెట్టండి. ముందు మడతపెట్టిన కాగితం ముక్కని తీసుకోండి. సరిగ్గా దాని కింద రెండు సమ భాగాలుగా మడతపెట్టిన కాగితాన్ని ఉంచండి. పూర్ణంలో రెండు అర్థాలు ఉన్నాయని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$1 + 1/2 = 2$$

బొమ్మ 6.9-1

ఈ సారి మడవకుండా ఉన్న కాగితంకింద మూడు సమభాగాలుగా మడతపెట్టిన కాగితాన్ని ఉంచండి. పూర్ణంలో మూడొంతుల భాగాలు 3 ఉన్నాయని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$1 + 1/3 = 3$$

బొమ్మ 6.9-2

ఇప్పుడు రెండు సమభాగాలుగా మడత పెట్టిన కాగితాన్ని తీసుకోండి. దాని కింద మూడు సమభాగాలుగా మడతపెట్టిన కాగితాన్ని ఉంచండి.

1/3 భాగం నుంచి 1/2 భాగం మధ్య ఉన్నది 1/3లో సగం అని మడత పెట్టడం ద్వారా లేదా ఆ విధమైన మడతలున్న కాగితం ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు. సగభాగంలో 3/2 లేదా 1 1/2 మూడొంతుల భాగాలున్నాయని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \text{ or } 1\frac{1}{2}$$

బొమ్మ 6.9-3

(ఒకటి ఒక 1/3 కి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తే 1/2 అన్నది 1/3లో సగానికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తోందని గమనించండి.)

మూడవ వంతు లేదా 1/3 అంటే సగంలో 2/3 వంతు అని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి.

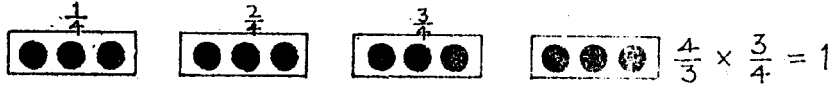
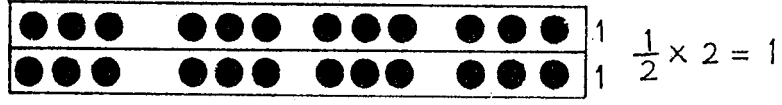
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

నాలుగు భాగాలుగా మడతపెట్టిన కాగితాన్ని తీసుకుని సరిగ్గా దాని కింద మూడు భాగాలుగా మడతపెట్టిన కాగితాన్ని ఉంచండి.

3/4 వంతులో 2/3 భాగాలు 1 1/8 లేదా 9/8 ఉన్నాయని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{8} \text{ లేదా } 1\frac{1}{8}$$

బొమ్మ 6.9-4



బొమ్మ 6.8-5

భిన్న సంఖ్యతో భాగాహారం

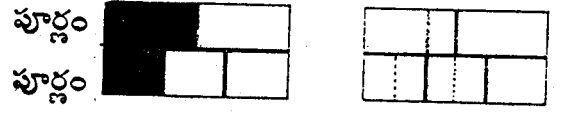


$$1 \div \frac{1}{2} = 2$$

బొమ్మ 6.9-1

$$1 \div \frac{1}{3} = 3$$

బొమ్మ 6.9-2



$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = ?$$

బొమ్మ 6.9-3

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$$

2/3 వంతుకి 3/4 కి మధ్య ఉన్న భాగం 2/3 లో 1/8 వంతు అని మడతపెట్టడం ద్వారా లేదా ఆవిధమైన మడతలున్న కాగితం ద్వారా తెలసుకోవచ్చు (ఇక్కడ ఒకటి 2/3 కి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తే ఎనిమిదవ వంతు 2/3 లో 1/8 వంతుకి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.) 2/3 వంతు అంటే 3/4 వంతులో 8/9 అని గమనించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

12 వస్తువులు చొప్పున అయిదు సమూహాలు తీసుకోండి. ఒక్కొక్క సమూహాన్ని పూర్ణంగా భావించండి. వాటిలో ఒక దానిని ఆరు చొప్పున ఉండేలా విడదీయండి. అలాగే ఒకదానిని నాలుగు చొప్పున, ఒక దానిని మూడు చొప్పున, ఒక దానిని రెండు చొప్పున, ఒక దానిని ఒక్కొక్కటి చొప్పున విడదీయండి. ఒక్కొక్క సమూహంలో భిన్నాలను గుర్తించండి.

బొమ్మ 6.9-5

1 + 1/2 = 2 (12+6=2) అనీ

1 + 1/3 = 3 (12+4=3) అనీ గమనించండి.

అలాగే 1/2 + 1/3 = 3/2 లేదా 1 1/2 (6+4 = 1 1/2) అనీ

1/3 + 1/2 = 2/3 (4+6=2/3) అనీ గమనించండి.

అదే విధంగా 3/4 + 2/3 = 9/8 లేదా 1 1/8 (9+8=1 1/8) అనీ

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{9} \quad (8 + 9 = 8/9) \text{ అనీ గమనించండి.}$$

భాగాహారం చేయటమంటే భాగాహారం చేయవలసిన భిన్నాన్ని భాజక భిన్నం యొక్క విలోమంతో హెచ్చవేయటం అని గమనించండి.

6.10

అ. దశాంశ పద్ధతిలో సహజ భిన్నాలు

అ. ఒక భిన్నంలో హారం దశ మాన సంఖ్య (10, 100, 1000, వంటివి) ఉంటే అది దశాంశ భిన్నం అవుతుంది. అది క్రమ భిన్నమయితే హారాన్ని ఎదిలివేసి లవానికి ముందు దశాంశ చుక్క సరైన స్థానంలో పెట్టాలి. అది అపక్రమ భిన్నమయితే దశాంశ చుక్కను లవంలో పై మానపు సంఖ్య తరువాత పెట్టాలి.

సహజ భిన్నాన్ని దానికి సరిపడే పై మానపు హారం కలిగిన సమభిన్నంగా రాసినపుడు దానిని దశాంశ భిన్నంగా రాయవచ్చు.

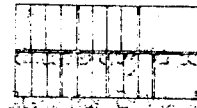
దశాంశ భిన్నంలో దశాంశ చుక్క తీసివేసి హారంలో సరైన పై మానపు సంఖ్యను రాసి సహజ భిన్నంగా మార్చవచ్చు, అవసరమైతే దానిని సమాన సహజ భిన్నంగా మార్చవచ్చు..

ప్రతి పూర్ణ సంఖ్యను దశాంశ భిన్నంగా పరిగణించవచ్చు.

ఇ. పూసల చట్రం, మీటరు బద్ద, 10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం, పది చదరపు గళ్ళు గల పట్టీలు, విడి చదరపు ముక్కలు.

ఈ. అయిదు చువ్వులు గల పూసల చట్రాన్ని తీసుకోండి. కుడివైపు నుండి చువ్వుల స్థాన

పూర్ణం
పూర్ణం



$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = ?$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

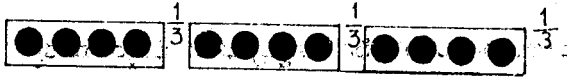
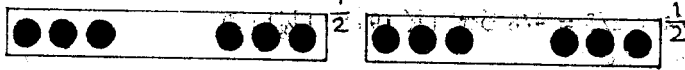
$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = ?$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

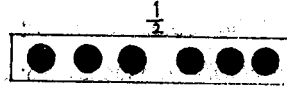
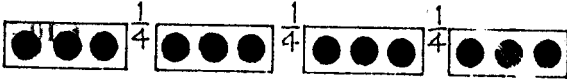
బొమ్మ 6.9-4



$$1 \div \frac{1}{2} = 2$$



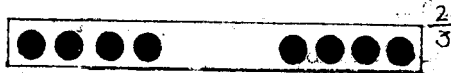
$$1 \div \frac{1}{3} = 3$$



$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{6}{4} \text{ షుద్ధ } \frac{3}{2}$$



$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = 1 \frac{1}{8} \text{ షుద్ధ } \frac{9}{8}$$



$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

బొమ్మ 6.9-5

విలువలు 1, 10, 100, 1000, 10,000 అవుతాయి. కుడి నుండి ఎడమ వైపు స్థాన విలువ 10 పెట్టి హెచ్చవేస్తే వస్తుందని గమనించండి.

ఎడమ వైపు నుండి కుడి వైపుకి వస్తుంటే ఒక స్థాన విలువకి కుడి వైపు స్థాన విలువ మొదటి దానిలో $1/10$ వ వంతు అని గమనించండి. ఈ ప్రక్రియ ఒకటై స్థానం తరువాత కూడా కొనసాగించవచ్చు. అంటే, విస్తరింపచేసిన పూసల చిత్రం ద్వారా ధశాంశ భిన్నాన్ని పరిచయం చేయటానికి, చూపించడానికి ఉపయోగించవచ్చు.

బొమ్మ 6.10-1

అంతే కాకుండా ఒక చువ్వు పూర్ణాన్ని గానీ, ఒకటిని గానీ సూచిస్తున్నట్లయితే దానికి కుడి వైపున ఉన్న చువ్వులు ఆ పూర్ణానికి లేదా ఒకటికి వివిధ స్థానాల్లో దశాంశ భిన్నాలను సూచిస్తాయి. అవి $1/10$, $1/100$, $1/1000$

ఎడమవైపుకి స్థాన విలువలు పూర్ణానికి లేదా ఒకటికి 10, 100, 1000 రెట్లు అవుతుంది. పూసల చిత్రం నుండి ఇది గమనించండి :

$$\frac{1}{10} = 0.1, \quad \frac{1}{100} = .01 \left(= \frac{0}{10} + \frac{1}{100} \right)$$

$$\frac{1}{1000} = 0.001 \left(= \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{1}{1000} \right)$$

పది చదరపు గళ్ళు ఉన్న కాగితపు ముక్కను తీసుకోండి. ఒక్కొక్క చదరం మొత్తంలో పదో వంతును సూచిస్తుంది. ఇటువంటివే మరికొన్ని కాగితపు ముక్కలను తీసుకోండి. వాటిల్లో ఒకదానిని రెండు భాగాలుగా, రెండవ దానిని అయిదు భాగాలుగాను మడత పెట్టండి. ఆ రెండింటిని ఒకదాని కింద ఒకటి పెట్టండి. ఇది గమనించండి :

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = .5$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = .2$$

బొమ్మ 6.10-2

10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాన్ని తీసుకోండి. ఒక్కొక్క చదరం మొత్తంలో వందవ వంతు ($1/100$) సూచిస్తుంది. ఈ కాగితం నుంచి ఇవి కూడా గమనించండి :
కాగితంలో $1/2$ అంటే 50 చదరపు గళ్ళు. కాబట్టి

$$1/2 = 50/100 = .50 \text{ లేదా } .5 \text{ (.1 అయిదు సార్లు)}$$

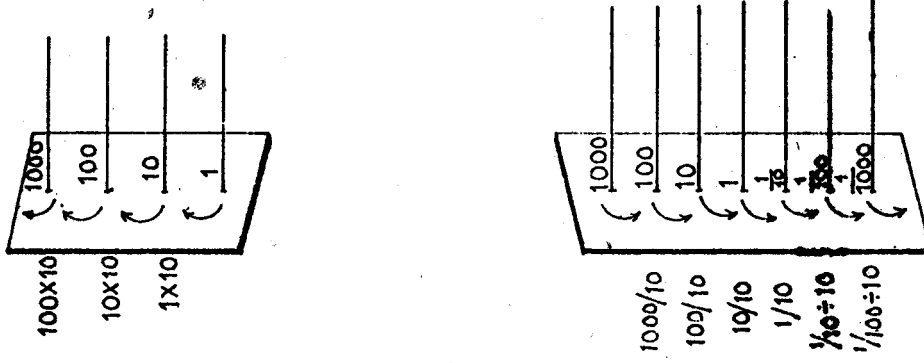
కాగితంలో $1/4$ అంటే 25 చదరపు గళ్ళు :

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = .25 \text{ (.01 ఇరవై అయిదు సార్లు)}$$

బొమ్మ 6.10-3

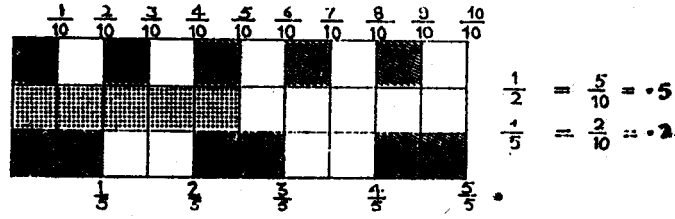
మీటరు బద్ద తీసుకోండి. మీటరును ఒక యూనిట్‌గా భావిస్తే, ప్రతి డెసిమీటరు $1/10$ లేదా

పూసల చక్రంపై కుడివైపుకి స్థాన విలువలు పెంచటం



బొమ్మ 6.10-1

దశాంశ రూపంలో సామాన్య భిన్నాలు



బొమ్మ 6.10-2

మీటరులో .1 అవుతుంది. అలాగే ప్రతి పెంటిమీటరు మీటరులో 1/100 లేదా .01 మీటరు; ప్రతి మిల్లీమీటరు మీటరులో 1/1000 లేదా .001 మీటరు అవుతుంది.

6.11

అ. దశాంశ భిన్నాల కూడిక, తీసివేత

అ. దశాంశ భిన్నాల్లో కూడా స్థాన విలువల్లో అంకెలు ఉంటాయి. వాటిని స్థాన విలువల ప్రకారం సక్రమంగా అమరిస్తే పూర్ణాంకాల మాదిరి కూడవచ్చు.

రెండు పూర్ణాంకాలను ఎడమ వైపునుండి వరుసగా పోల్చవచ్చు కానీ రెండు దశాంశ భిన్నాలను పోల్చేటప్పుడు కుడివైపు నుంచి పోల్చాలి.

రెండు మిశ్రమ దశాంశాలను పోల్చాలంటే వాటి పూర్ణాంకాలను మాత్రమే పోలిస్తే సరిపోతుంది.

ఒక పెద్ద దశాంశ భిన్నం నుంచి మరొక చిన్న దశాంశ భిన్నాన్ని తీసివేయడం, వాటిని సరైన క్రమంలో అమర్చినప్పుడు, పూర్ణాంకాల తీసివేత వంటిదే.

ఇ. అయిదు చువ్వల పూసల చట్రం, పూసలు, పది చదరాలు గల కాగితపు అబాకస్.

ఈ. రెండు దశాంశ భిన్నాలను కూడటానికి పూసల చట్రం మీద ఒకట్ల స్థానాన్ని నిర్ధారించి దానికి కుడివైపున చువ్వలను దశాంశ భిన్న స్థానాలకు కేటాయించి పూర్ణసంఖ్యలను కూడినట్లే కూడాలి.

బొమ్మ 6.11-1

ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని అంతకంటే పెద్ద దశాంశ భిన్నం నుంచి తీసివేయడానికి ఆ పెద్ద దశాంశ భిన్నాన్ని పూసల చట్రం మీద ప్రదర్శించండి. వివిధ స్థానాల నుండి చిన్న దశాంశ భిన్నంలో ఉండే పూసలు తీసివేయటానికి అనువుగా సర్ది వివిధ స్థానాల నుండి పూసలు తీసివేసి పూసల చట్రం మీద మిగిలిన వాటిని లెక్కపెట్టి తీసివేత ఫలితాన్ని పొందవచ్చు.

బొమ్మ 6.11-2

6.12

అ. దశాంశ భిన్నాల హెచ్చవేత - అర్థం, చేసే పద్ధతి

అ. ఏ దశాంశ భిన్నానైనా దానికి సరిపడు ఒక పై మానం (పది యొక్క గుణిజం)తో హెచ్చవేసి పూర్ణసంఖ్యను పొందవచ్చు. పైమానం సంఖ్యలోని సున్నాల సంఖ్య దశాంశ భిన్నంలోని దశాంశ భాగం యొక్క స్థానాల సంఖ్య సమానంగా ఉంటాయి.

రెండు దశాంశ భిన్నాలను హెచ్చవేయటానికి ముందు వీటిని దశాంశ బిందువు లేనట్లు భావించి రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను హెచ్చవేసినట్లే హెచ్చవేసి వచ్చిన లబ్ధిలో కుడి వైపు నుంచి లెక్కపెడుతూ రెండు దశాంశ భిన్నాలలో కలిపి ఉన్న దశాంశ స్థానాలను బట్టి దశాంశ బిందువు పెట్టాలి.

ఇ. 10×10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం; 10×20 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం; 20×20 చదరపు గళ్ళు గల కాగితం.

అందులో 10. ఇది 601N

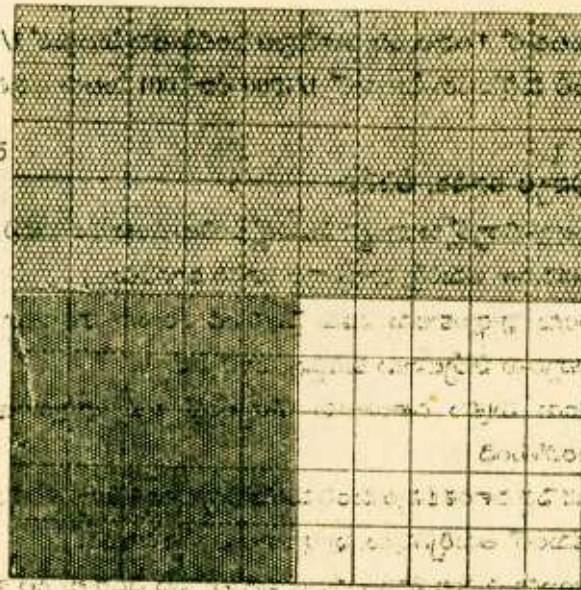
11.8 $\frac{50}{100} = 0.5$

రెండవ భాగం ద్వారా

అందుకు మించి

ప్రతిక $\frac{25}{100} = .25$

అప్పుడే దీనిని



బొమ్మ 6.10-3

వినియోగం ప్రకారం... పూనక చట్టం మేరకే దేశాంతం భిన్నాల కూడక

100 10 1 $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{1000}$

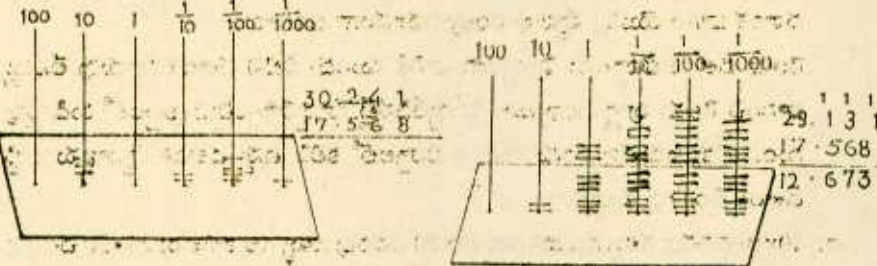


11.8

బొమ్మ 6.11-1

పూనక చట్టం మేరకే దేశాంతం భిన్నాల తీసివేత

వినియోగం ప్రకారం... పూనక చట్టం మేరకే దేశాంతం భిన్నాల తీసివేత



బొమ్మ 6.11-2

ఈ 10x10 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాన్ని తీసుకోండి. దాన్ని ఒక పూర్ణ సంఖ్యగా భావించండి. ఈ చదరపు గళ్ళ కాగితంలో 1/10 వ వంతు తీసుకోండి; (పది గళ్ళు గల) ఒక పట్టీ వస్తుంది. ఈ పట్టీలో 1/10 వ వంతు తీసుకోండి. 10x10 చదరపు గడ్ల పట్టీలో ఇది 10x10 చదరపు గళ్ళ కాగితంలో 1/100 వ వంతు తీసుకుందని గమనించండి. దీనిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} \text{ లేదా } .1 \times .1 = .01$$

బొమ్మ 6.12-1

10x10 చదరపు గళ్ళ కాగితంలో 2/10 వ వంతు తీసుకోండి. (ఇరవై చదరపు గళ్ళు గల) ఒక పట్టీ వస్తుంది. ఈ పట్టీలో 3/10 వ వంతు తీసుకోండి. 6 చదరపు గళ్ళు వస్తాయి. ఒక్కొక్క చదరపు గడ్ల పట్టీ కాగితంలో 1/100 వ వంతు కాబట్టి ఈ విధంగా రాయండి:

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{6}{100} \text{ లేదా } .3 \times .2 = .06$$

బొమ్మ 6.12-2

10x20 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిలో 10x10 చదరపు గళ్ళు భాగాన్ని పూర్ణంగా భావించండి. ఈ కాగితంలో ఈ విషయాలు గమనించండి :

$$1.2 \times .3 = .36$$

$$.12 \times 3 = .36$$

$$12 \times .03 = .36 \text{ మొదలైనవి}$$

బొమ్మ 6.12-3, బొమ్మ 6.12-4

20x20 చదరపు గళ్ళ కాగితాన్ని తీసుకోండి. దీనిలో 10x10 చదరపు గళ్ళను పూర్ణంగా భావించండి. ఈ సమయాలు గమనించండి :

$$1.2 \times 1.3 = 1.56$$

$$.12 \times 13 = 1.56$$

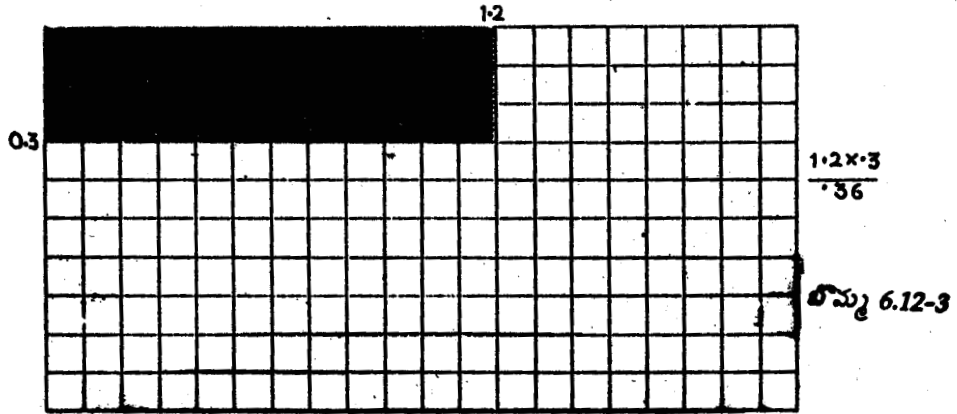
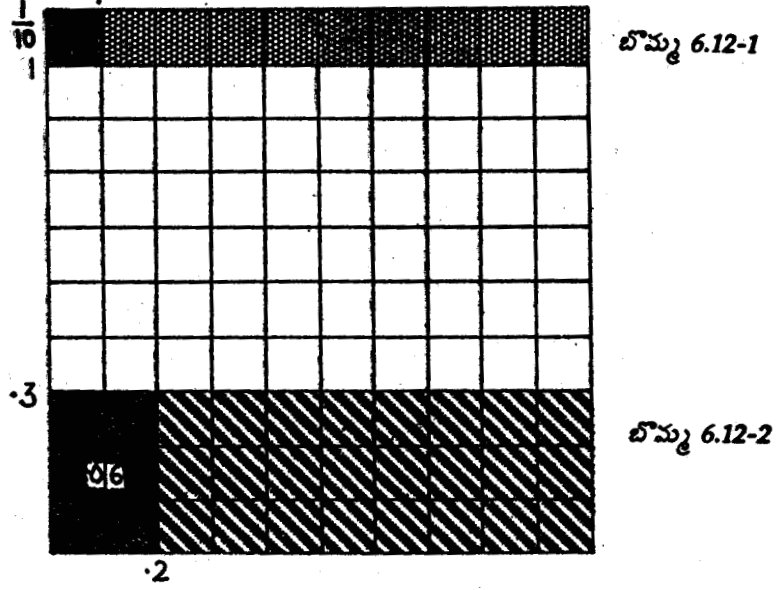
$$12 \times .13 = 1.56 \text{ మొదలైనవి}$$

బొమ్మ 6.12-5

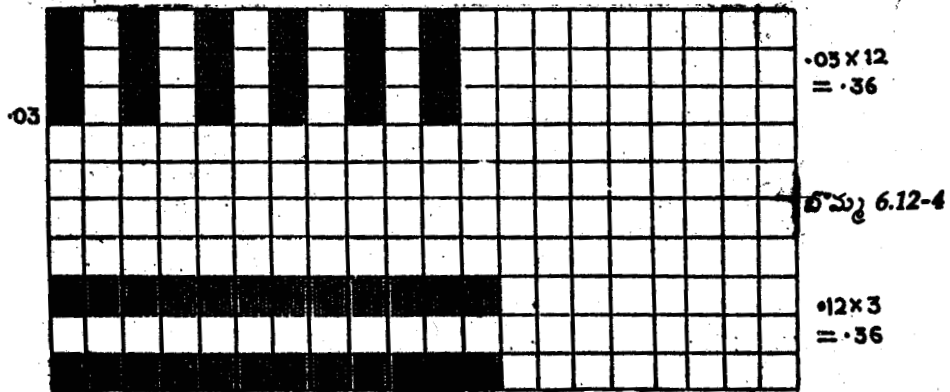
రెండు దశాంశ భిన్నాలను హెచ్చనయినట్లయితే మొదలు వాటిలోని దశాంశ భిన్నపులను తొలగించి పూర్ణ సంఖ్యల మధిరి హెచ్చవేసి పూర్ణ లబ్ధిలో కుడివైపు నుంచి లెక్కపెడుతూ రెండు దశాంశ భిన్నాలలో కలిపి ఉన్నన్ని దశాంశ స్థానాలవద్ద దశాంశ భిన్నకు వచ్చేట్లదా ద్వారా చేయవచ్చని గమనించండి. ఒక పూసల చక్రంలో చూపులు 1/10, 1/100, 1/1000, మొదలైనవి పూసించేట్లు గుర్తించండి. ఒక చుక్క నుండి ఒక పూసతీసి దానిని కుడి పక్క శీతలనే ఉన్న చుక్కకు మార్చడం ద్వారా ఆ పూస వెలుపల పదన వంతుకు పడిపోతుందనేది గమనించండి :

$$1,000 \text{ విలువ } 400 \text{ అవుతోంది } \left(\frac{1}{10} \times 1,000 \right)$$

దశాంశ రూపంలో పామావ్య భిన్నాలు:



దశాంశ భిన్నాల హెచ్చవేత



$$100 \text{ విలువ } 10 \text{ అవుతోంది} \quad \left(\frac{1}{10} \times 100 \right)$$

$$10 \text{ విలువ } 1 \text{ అవుతోంది} \quad \left(\frac{1}{10} \times 10 \right)$$

$$1 \text{ విలువ } 1/10 \text{ అవుతోంది} \quad \left(\frac{1}{10} \times 1 \right)$$

$$1/10 \text{ విలువ } 1/100 \text{ అవుతోంది} \quad \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \right)$$

బొమ్మ 6.12-6

ఒక చువ్వనుండి ఒక పూస తీసి దానిని కుడి పక్క (ఒక చువ్వను వదిలి పెట్టి) రెండవ చువ్వకు మార్చడం ద్వారా ఆ పూస విలువ $1/100$ వ వంతుకు తగ్గిపోతుందని గమనించండి.

$$1000 \text{ విలువ } 10 \text{ అవుతుంది} \quad \left(\frac{1}{100} \times 1,000 \right)$$

$$100 \text{ విలువ } 1 \text{ అవుతుంది} \quad \left(\frac{1}{100} \times 100 \right)$$

$$10 \text{ విలువ } 1/10 \text{ అవుతుంది} \quad \left(\frac{1}{100} \times 10 \right) \text{ మొదలైనవి}$$

బొమ్మ 6.12-7

ఏదైనా ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని .1 తో హెచ్చవేయాలనుకోండి. ముందుగా విస్తరించిన పూసల చిత్రం మీద దశాంశ భిన్నాన్ని గుర్తించండి. తరువాత కుడివైపు నుంచి మొదలుపెట్టి ఒక చువ్వ మీద ఉన్న పూసలను కుడి పక్క వెంటనే ఉన్న చువ్వకు మార్చటం ద్వారా (అలా అన్నీ మార్చాలి) దశాంశ భిన్నాన్ని .1 తో హెచ్చవేస్తే వచ్చే లబ్ధి వస్తుంది.

బొమ్మ 6.12-8, బొమ్మ 6.12-9

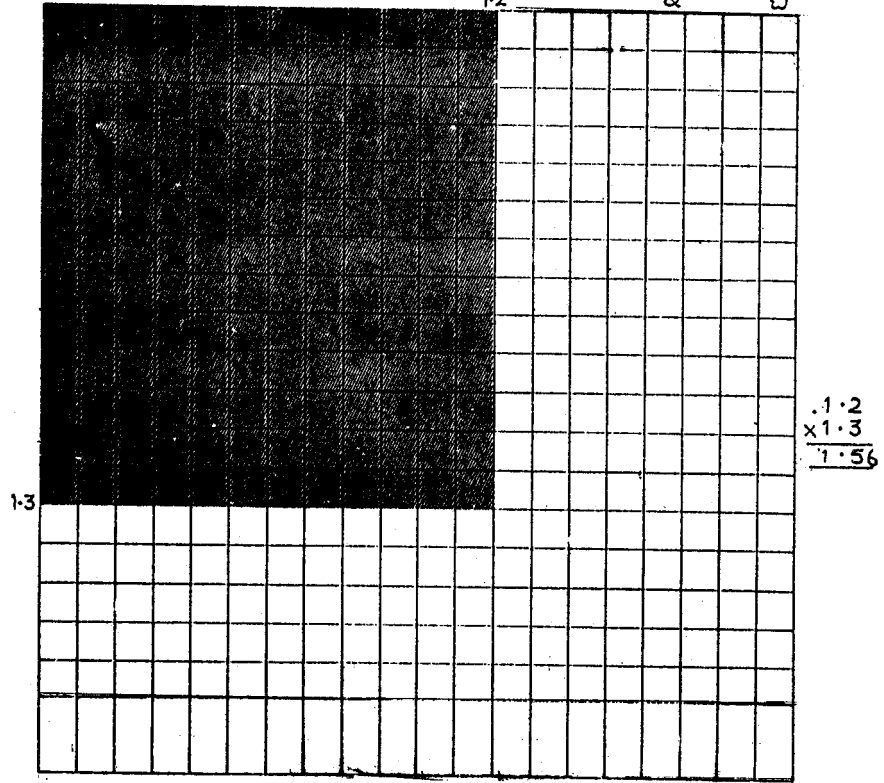
ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని .01తో హెచ్చవేయాలంటే పై మాదిరిగానే చువ్వల మీద పూసలు కుడివైపుకు మార్చటం ద్వారా చేయవచ్చు; అయితే ఈసారి పూసలను కుడివైపున రెండవ చువ్వకు మార్చాలని గుర్తుంచుకోండి.

ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని .2 తో హెచ్చవేయాలంటే ముందుగా పూసల చిత్రం మీద .1 తో హెచ్చవేత చేసి తరువాత ప్రతి చువ్వ మీద పూసలు రెట్టింపు చేయాలి. ఇప్పుడు పూసల చిత్రం సూచించే సంఖ్య సమాధానమిస్తుంది.

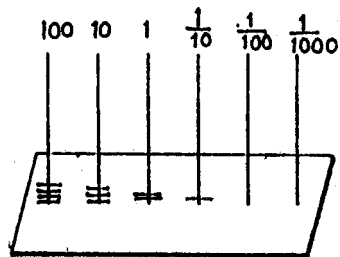
బొమ్మ 6.12-10

ఉ. రెండు దశాంశ భిన్నాలను హెచ్చవేసినప్పుడు లబ్ధిలో కుడివైపు నుంచి దశాంశ స్థానాన్ని గుర్తించటం బాగా అలవాటు అయిన తరువాత బోధనోపకరణాల అవసరం ఉండదు.

12 దశాంశ భిన్నాల హెచ్చవేత

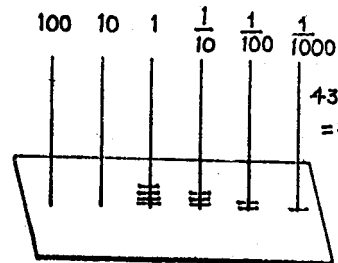


చిత్రము 6.12-5



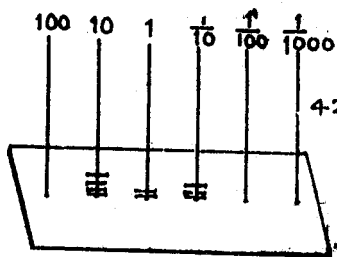
$432.1 \times 0.1 = ?$

చిత్రము 6.12-6



$432.1 \times 0.1 = 43.21$

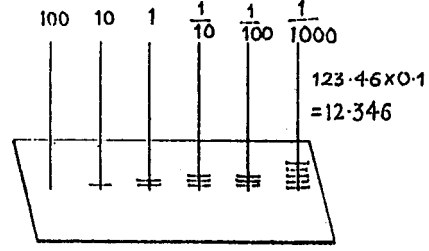
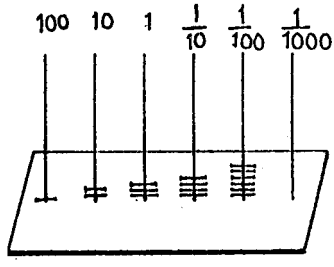
0.01తో హెచ్చవేత



$42.3 \times 0.1 = ?$

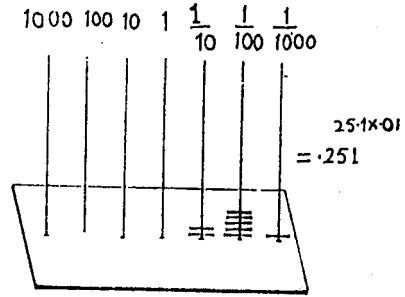
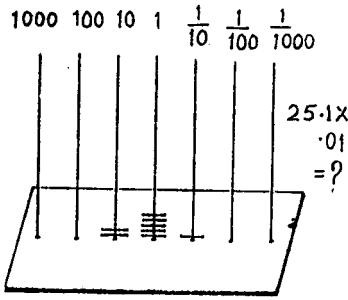
$42.3 \times 0.1 = 4.23$

చిత్రము 6.12-7



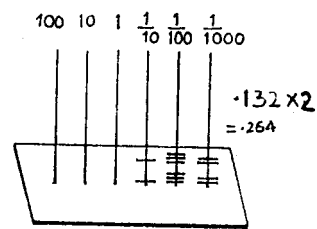
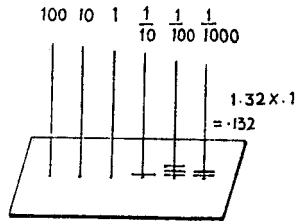
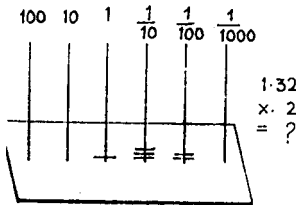
$$123.46 \times 0.1 = ? \quad 0.1\text{తో హెచ్చవేత}$$

బొమ్మ 6.12-8



$$0.01\text{తో హెచ్చవేత}$$

బొమ్మ 6.12-9



$$0.2\text{తో హెచ్చవేత; అంటే ముందు } 0.1\text{తో హెచ్చవేసి}$$

$$\text{తరువాత } 2\text{తో హెచ్చవేయటం}$$

బొమ్మ 6.12-10

అ. దశాంశ భిన్నాలతో భాగాహారం - అర్థం, చేసే పద్ధతి

ఆ. రెండు దశాంశ భిన్నాలను ఒక దానితో మరొకటి భాగించాలంటే ఆ రెండింటినీ వాటిలో చిన్నదయిన పైమానంచే హెచ్చవేసి పూర్ణ సంఖ్యలుగా మార్చుకున్న తరువాత భాగించాలి. ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని అంతకంటే చిన్నదైన పూర్ణ సంఖ్యతో భాగించటం ఒక పూర్ణ సంఖ్యను మరొక చిన్నదైన పూర్ణ సంఖ్యతో భాగించినట్లే చేయాలి, అయితే భాగఫలంలో దశాంశ బిందువు స్థానాన్ని గుర్తించటంలో జాగ్రత్త వహించాలి.

ఒక చిన్న పూర్ణ సంఖ్యను మరొక పెద్ద పూర్ణ సంఖ్యతో భాగించాలంటే వాటిని దశాంశ భిన్నాలుగా భావించి చేయవచ్చు; ఈ భాగాహారం ఒక పూర్ణ సంఖ్యను మరొక చిన్న పూర్ణ సంఖ్యతో భాగించినట్లే చేయాలి, అయితే స్థానాల విలువ కుడివైపుకి మారతాయని గుర్తుంచుకోవాలి. ఒక దశాంశ భిన్నాన్ని మరొక దశాంశ భిన్నంతో భాగించాలంటే ఆ రెండింటిలో దశాంశ స్థానాలు ఎక్కువ ఉన్న దానిని గుర్తించి దానిని పూర్ణ సంఖ్యగా మార్చటానికి ఏ పైమానంతో హెచ్చవేయాలో గుర్తించి, రెండు దశాంశ భిన్నాలనూ దానితో హెచ్చవేసిన తరువాత రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను భాగాహరించినట్లే భాగాహరించాలి.

ఇ. 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితం.

10×20 చదరపు గళ్ళ కాగితం.

20×20 చదరపు గళ్ళ కాగితం.

ఈ. 10×10 చదరపు గళ్ళ గల కాగితం తీసుకోండి. దాంట్లో .4 అంటే పది చదరపు గళ్ళు గల నాలుగు పట్టీలను గుర్తించండి. పది చదరపు గళ్ళు గల నాలుగు పట్టీలను రెండు సమభాగాలుగా చేయండి. ఒక్కొక్క భాగం .2 అని గుర్తించండి. .4లో ఎన్ని .2 లు ఉన్నాయో కనుక్కోండి. రెండు ఉంటాయి, దానిని ఇలా రాయండి :

$$.4 + .2 = 2$$

ఇది $4/2$ కి సమానమని గుర్తించండి.

.4 ని .04 తో భాగించండి. .4 లో పది .04 లున్నాయని గుర్తించండి.

$$\frac{.4}{.04} = 10$$

$$\frac{4}{.4} = \frac{40}{4} = 10$$

బొమ్మ 6.13-1

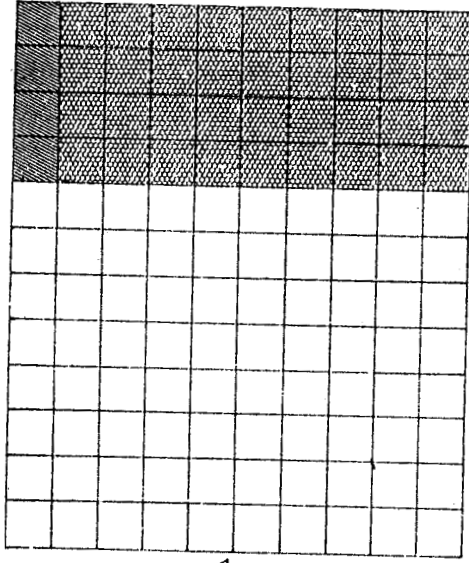
ఇది $4/.4$, $40/4$ వంటి వాటికి సమానమని గమనించండి.

10×20 చదరపు గళ్ళు గల కాగితాల్ని తీసుకోండి.

$$\frac{1.6}{.2} = 8 \text{ అదే విధంగా } \frac{16}{2} = 8, \frac{1.6}{2} = .8, \frac{.16}{2} = .08 \text{ మొదలైనవి.}$$

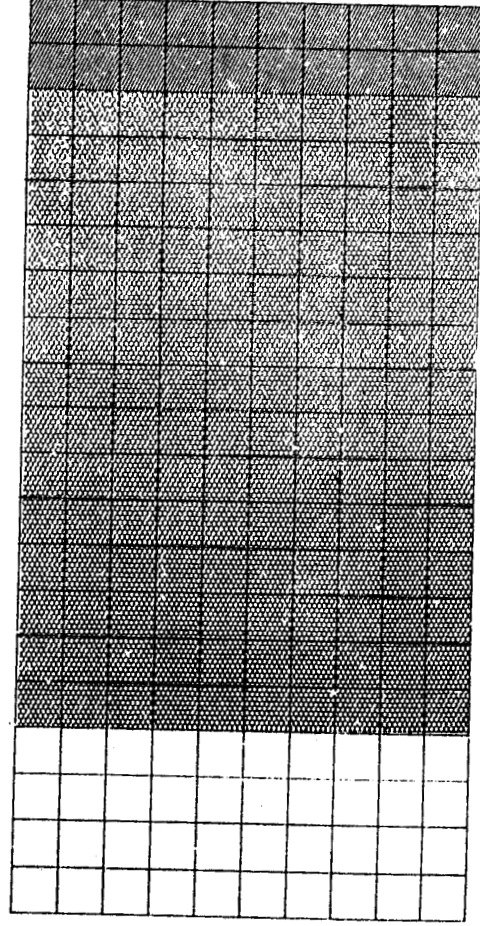
బొమ్మ 6.13-2

చదరపు గళ్ళ కాగితం మీద దశాంశ భిన్నాల భాగాహారం



$$\frac{4}{0.4} = 10$$

బొమ్మ 6.13-1



$$\frac{1.6}{0.2} = 8$$

బొమ్మ 6.13-2

ఉ. వీటిలో దశాంశ భిన్నాల భాగాహారం బాగా అర్థమవుతుంది. కాబట్టి బోధనోపకరణాలు విడనాడే స్థాయి చేరుకుంటారని భావించవచ్చు.

20 × 20 చదరపు గళ్ళ కాగితాన్ని తీసుకోండి.

ఈ కిందివి గమనించండి :

$$\frac{2.4}{1.2} = 2, \text{ అదే విధంగా } \frac{24}{12} = 2, \frac{.24}{.12} = 2$$

$$\frac{.24}{12} = .02, \frac{.8}{.04} = 20 \text{ అదే విధంగా } \frac{8}{.4} = 20, \frac{80}{4} = 20$$

6.14

అ. భిన్నాలు, శాతాలు

ఆ. 100 ను హారంగా కలిగి ఉన్న సహజ భిన్నమే శాతమవుతుంది. ఒకే హారం ఉన్న రెండు భిన్నాలను పోల్చాలంటే వాటి లవాలను పోల్చితే సరిపోతుంది. కాబట్టి రెండు శాతాలను పోల్చటం తేలిక. రెండు శాతాలలో పెద్ద సంఖ్య కలిగినది ఆ రెండింటిలో పెద్దదవుతుంది. దశాంశ బిందువు తరువాత రెండు దశాంశ స్థానాలను మాత్రమే కలిగి ఉన్న దశాంశ భిన్నం శాతం అవుతుంది.

సహజ భిన్నాన్ని శాతంగా మార్చటానికి 100% తో హెచ్చవేయాలి లేదా దశాంశ బిందువును కుడి వైపుకి రెండు స్థానాలకు మార్చి % గుర్తు జోడించాలి.

శాతాన్ని సహజ భిన్నంగా మార్చాలంటే ఆ శాతం యొక్క సంఖ్యను లవంగానూ, 100ను హారంగానూ రాయాలి.

శాతాన్ని దశాంశ భిన్నంగా మార్చాలంటే శాతంలో రెండు అంకెలుంటే దశాంశ బిందువును ఎడమ వైపుకి రెండు స్థానాల వద్ద గుర్తించాలి.

ఇ. 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితం.

20×20 చదరపు గళ్ళ కాగితం.

ఈ. 10×10 చదరపు గళ్ళ కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని పూర్ణంగా భావించండి. అందులో 1/2 అంటే 50 చిన్న చదరపు గళ్ళు అని గుర్తించండి. దానిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% = .5$$

ఇది కూడా గమనించండి :

$$\frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$$

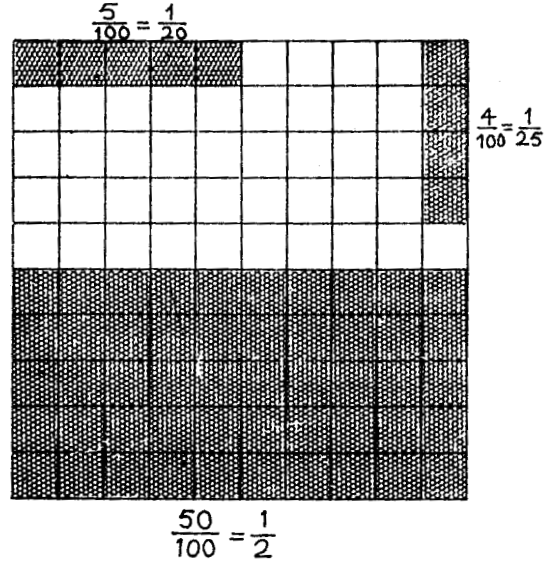
ఇందులో 1/2 అంటే 5 చిన్న గడులని గుర్తించండి. దీనిని ఇలా రాయండి :

$$\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\% = .05$$

బొమ్మ 6.14-1

25% అంటే ఇందులో 1/4 అని గుర్తించి ఇలా రాయండి :

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}; 25\% = 0.25.$$



బొమ్మ 6.14-1

యూనిట్ VII

ఆచరణాత్మక పని ద్వారా వివిధ భావనల అవగాహన

7.1	నిష్పత్తి, భిన్నాలు
7.2	అనులోమ చరత్వం
7.3	విలోమ చరత్వం
7.4	సగటు
7.5	పటచిత్రాలు

7.1

అ. నిష్పత్తి, భిన్నాలు

ఆ. వస్తువుల రెండు సమూహాలను పోల్చి ఆ పోలికను నిష్పత్తి లేదా భిన్నం ద్వారా చూపవచ్చు. రెండు పరిమాణాలను పోల్చవలసినప్పుడు అవి ఒకే ప్రమాణంతో కొలవబడి ఉండాలి, ఆ పోలికను నిష్పత్తి లేదా భిన్నం ద్వారా చూపవచ్చు. ఒక నిష్పత్తిలోని రాశులను ఒకే సంఖ్యతో హెచ్చవేసినా, లేదా భాగించినా నిష్పత్తి విలువ మారదు; ఇంకో మాటల్లో చెప్పాలంటే సమాన నిష్పత్తిని పొందుతాం.

ఇ. గింజలు, ఎర్రచిక్కుడు గింజలు, తెల్లచిక్కుడు గింజలు, పదార్థాలు, గరిటలు, కప్పులు, జాతీయ జెండాలు, వివిధ సైజుల ఫోటోలు.

ఈ. ఒక దానిలో మూడు, మరొక దానిలో అయిదు గింజలు గల రెండు సమూహాలను తీసుకోండి. 3 గింజల సమూహాన్ని 5 గింజల సమూహంతో పోలిస్తే వాటి నిష్పత్తి 3:5; అదే అయిదు గింజల సమూహాన్ని మూడు గింజల సమూహంతో పోలిస్తే వాటి నిష్పత్తి 5:3 అవుతుందని గమనించండి. 3 గింజల సమూహం 5 గింజల సమూహం యొక్క $3/5$ వంతు; 5 గింజల సమూహం 3 గింజల సమూహం యొక్క $5/3$ వంతు.

బొమ్మ 7.1-1

3 గింజల సమూహాన్ని, 5 గింజల సమూహాన్ని కలిపి ఒక పెద్ద సమూహం తయారుచేస్తే 3 గింజల సమూహం పెద్ద సమూహం యొక్క $3/8$ వంతు, 5 గింజల సమూహం పెద్ద సమూహం యొక్క $5/8$ వంతు.

రెండు గరిటల శనగపిండిని 3 గరిటల పంచదారతో కలపండి. రెండు గరిటల శనగపిండిని 5 గరిటల పంచదారతో కలిపి మరో మిశ్రమం చేయండి. మొదటి మిశ్రమం రెండో మిశ్రమం కంటే చప్పగా ఉందని గమనించండి :

$$\left(\therefore \frac{2}{3} > \frac{2}{5} \right)$$

రెండవ మిశ్రమం మొదటి మిశ్రమం కంటే తియ్యగా ఉందని కూడా చెప్పవచ్చు.

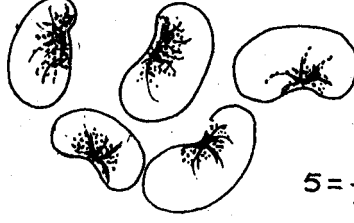
$$\left(\therefore \frac{2}{5} > \frac{2}{3} \right)$$

విషుత్తి

రేఖ

3:5

$$3 = \frac{3}{5} \times 5$$



$$5 = \frac{5}{3} \times 3$$

బొమ్మ 7.1-1

5 ఎర్రచిక్కుడు గింజలు, 3 తెల్ల చిక్కుడు గింజలు గల పాట్లం తయారు చేయండి. ఇటువంటివి మొత్తం నాలుగు పాట్లాలు తయారు చేయండి. వీటిల్లో మొత్తం 20 ఎర్ర చిక్కుడు గింజలు, 12 తెల్లచిక్కుడు గింజలు ఉంటాయని గమనించండి. ఎర్ర గింజలు, తెల్లగింజల నిష్పత్తి మారలేదని గుర్తించండి.

$$5 : 3 = 20 : 12 = 5 \times 4 : 3 \times 4$$

బొమ్మ 7.1-2

రెండు పాట్లాలు తీసుకుంటే 10 ఎర్ర గింజలు, 6 తెల్ల గింజలు ఉంటాయి; ఇవి కూడా అదే నిష్పత్తిలో ఉన్నాయని గమనించండి.

$$20 : 12 = 10 : 6 = 20 \div 2 : 12 \div 2$$

వేరు వేరు సైజులు గల రెండు జాతీయ జండాలను తీసుకుని వాటి పొడవు, వెడల్పులు కొలవండి. పొడవు, వెడల్పులు ఏ నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి? చిన్న జాతీయ జెండా పొడవు 6 సెం.మీ., వెడల్పు 4 సెం.మీ. కాబట్టి పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి 6 : 4. పెద్ద జాతీయ జండా పొడవు 30 సెం.మీ., వెడల్పు 20 సెం.మీ. కాబట్టి ఇక్కడ పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి 30:20. 30:20; 6:4 రెండూ సమానమని గమనించండి, వేరే మాటల్లో చెప్పాలంటే అవి రెండూ ఒకే నిష్పత్తిని సూచిస్తున్నాయి. పెద్ద జండాను (అనుపాతంలో) తగ్గిస్తే చిన్న జండా వస్తుంది. మరో విధంగా చెప్పాలంటే చిన్న జండాను (అనుపాతంలో) పెంచితే పెద్ద జండా వస్తుంది.

బొమ్మ 7.1-3

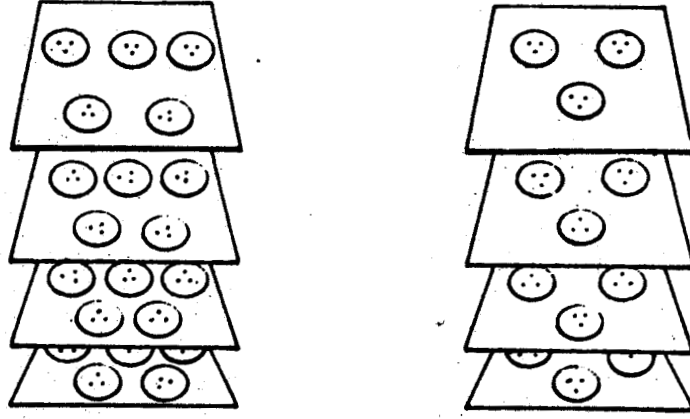
వివిధ సైజుల ఫోటోలు (కాబినెట్, పోస్టర్, పాస్ పోర్ట్) తీసుకోండి. వీటి పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి ఒకటేనన్నది గమనించండి.

7.2

అ. అనులోమ చరత్వం

- రెండు రాసులు వాటి నిష్పత్తి స్థిరంగా ఉండేట్లు విలువలు మారుతుంటే వాటిల్లో ఒకటి రెండవ దానితో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉందంటాం.
- చదరపు గళ్ళ కాగితాలు, గుండీలు తీసేసిన అట్టలు (టైలర్ల దగ్గర దొరుకుతాయి), ఒకే రకం, ఒకే సైజు కలిగిన నోటు పుస్తకాలు, కాగితాలు, పంచింగ్ మెషిన్.
- చదరపు గళ్ళ కాగితాల నుంచి పెద్దవి, చిన్నవి చదరపు కాగితాలు కత్తిరించండి. వీటి భుజాలు, చుట్టు కొలతలు తీసుకుని పట్టికలో నమోదు చేయండి. రెండు చదరపు కాగితాల భుజాల నిష్పత్తి, చుట్టు కొలతల నిష్పత్తి ఒకటేనన్నది గమనించండి. అంటే ఒక చదరం యొక్క చుట్టు కొలత దాని భుజంతో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉంటుందనేది గమనించండి.

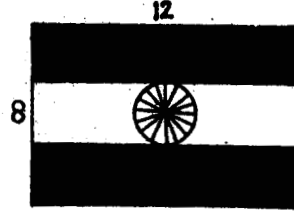
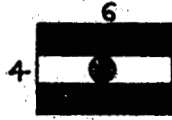
గుండీలు తీసేసిన ఒకే రకం అట్టలను సేకరించండి. అట్టల సంఖ్య, వాటికుండే గుండీల సంఖ్య తెలియచేస్తూ ఒక పట్టిక తయారు చేయండి. గుండీల సంఖ్య అట్టల సంఖ్యతో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉంటుందనేది గమనించండి. అదే విధంగా అట్టల సంఖ్య



$$5:3 = 20:12 = 5 \times 4 \quad 3 \times 4$$

$$20:12 = \frac{20}{4} : \frac{12}{4} = 5:3$$

బొమ్మ 7.1-2



వివిధ పరిమాణాల జాతీయ జెండాల పాదపు, వెడల్పులు ఒకే నిష్పత్తిలో ఉంటాయి

బొమ్మ 7.1-3

గుండీల సంఖ్యతో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉంటుంది. ఒకే రకం, ఒకే పైజా నోటు పుస్తకాలను తీసుకోండి. నోటు పుస్తకాల సంఖ్య, వాటిల్లో మొత్తం పేజీల సంఖ్య తెలియచేస్తూ ఒక పట్టిక తయారుచేయండి. పేజీల సంఖ్య, నోటు పుస్తకాల సంఖ్యతో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉందనేది గమనించండి. కాగితాలను రెండు సార్లు మడతపెట్టి పంచింగ్ మెషిన్ తో కొన్ని బెజ్జాలు వేయండి. బెజ్జాల సంఖ్య, కాగితాల సంఖ్య తెలియచేస్తూ ఒక పట్టిక తయారుచేయండి. బెజ్జాల సంఖ్య, కాగితాల సంఖ్యతో అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉందని గమనించండి.

7.3

అ. విలోమ చరత్వం

ఆ. రెండు రాసుల లబ్ధం స్థిరంగా ఉండేట్లు విలువలు మారుతున్నా లేదా ఒక రాసి యొక్క రెండు విలువల నిష్పత్తి రెండవ రాసి యొక్క రెండు విలువల విలోమాల నిష్పత్తి సమానమయినప్పుడు ఒక రాసి మరొక రాసితో విలోమ చరత్వం కలిగి ఉందంటారు.

ఇ. గింజలు, కాగితపు సంచులు లేదా ప్లాస్టిక్ సంచులు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు, (ఒకే పరిమాణం గల) చదరపు కాగితాలు, కాగితపు పట్టీలు.

ఈ. కొన్ని గింజలు, కొన్ని సంచులు తీసుకోండి. ఈ గింజల సమూహాన్ని ఎన్ని రకాలుగా సమానంగా పంచవచ్చో కనుక్కోండి; అంటే ఆ గింజల సంఖ్యకు భాజకాలను కనుక్కోండి. వివిధ రకాలుగా గింజలను సమానంగా వివిధ సంచులలో పంచండి. ఇప్పుడు ఒక్కొక్క సంచిలోని గింజల సంఖ్యను, ఉపయోగించిన సంచుల సంఖ్యను తెలియచేస్తూ ఒక పట్టిక తయారు చేయండి. సంచుల సంఖ్యకూ, గింజల సంఖ్యకూ మధ్య విలోమ చరత్వం ఉందనేది గమనించండి.

చదరపు గళ్ళు గల కాగితాల నుంచి ఒకే వైశాల్యం ఉండేట్లు వివిధ దీర్ఘ చతురస్రాకారాలను తయారు చేయండి. ఈ దీర్ఘ చతురస్రాకారాల పొడవు, వెడల్పు తెలియచేస్తూ ఒక పట్టిక తయారు చేయండి. పొడవు, వెడల్పు కొలతల మధ్య విలోమ చరత్వం ఉందనేది గమనించండి.

ఒకే పొడవు గల కాగితపు పట్టీలు తీసుకోండి. వాటిని అనేక సమ భాగాలుగా మడత పెట్టండి. ఎన్ని సమ భాగాలుగా మడిచిందీ, ఒక్కొక్క భాగం కొలత (సెం.మీ.లలో కొలిచిగానీ, కాగితం పొడవులో భిన్నంగా గానీ) తెలియచేసే పట్టిక తయారు చేయండి. సమభాగాల సంఖ్య, వాటి కొలతల మధ్య విలోమ చరత్వం ఉందనేది గమనించండి.

7.4

అ. సగటు

ఆ. కొన్ని విలువల సమూహం యొక్క సగటు ఆ సమూహం యొక్క అతి పెద్ద విలువకీ, అతి చిన్న విలువకీ మధ్య ఉంటుంది. వివిధ విలువలను సమానపరిచినప్పుడు ఆ సమాన విలువ వివిధ విలువల మధ్యమం అవుతుంది. రెండు సమూహాల యొక్క ఏదైనా కొలవగల

స్వభావాన్ని పోల్చాలంటే ఆయా సమూహాల సగటు ద్వారా పోలుస్తాం. రెండు సమూహాలలోనూ సమాన సంఖ్యలే ఉంటే అప్పుడు సగటు అవసరం లేకుండా మొత్తాలనే పోల్చవచ్చు.

ఇ. చిక్కుడు గింజలు, వివిధ పాడవులు గల పుల్లలు.

ఈ. పిల్లల సంఖ్య సమంగా ఉండేట్టు రెండు సమూహాలను తయారు చెయ్యండి. చిక్కుడు గింజలు కింద పడవేయండి. (స్టాప్ వాచ్ ఉపయోగించి) కాల వ్యవధి నిర్ణయించి పిల్లలను గింజలు ఏరమనండి. నిర్ధారిత సమయంలో ఒక్కొక్క సమూహంలోని పిల్లలు మొత్తం ఎన్ని గింజలు ఏరాలో లెక్కగట్టండి. ఏ సమూహంలోని పిల్లలు ఎక్కువ గింజలు ఏరాలో ఆ సమూహంలోని పిల్లలకు ఎక్కువ వైపుభ్యాం ఉన్నట్లు.

ఈసారి పిల్లల సంఖ్య అసమానంగా ఉండేట్టు రెండు సమూహాలను తయారుచేయండి. పై మాదిరిగానే (స్టాప్ వాచ్ ఉపయోగించి) కాలవ్యవధి నిర్ణయించి కింద పడవేసిన చిక్కుడు గింజలను ఏరమనండి. ఒక్కొక్క సమూహంలో మొత్తం ఎన్ని గింజలు ఏరాలో లెక్కపెట్టి ఆ సమూహంలోని పిల్లల సంఖ్యను బట్టి సగటును లెక్కగట్టండి. ఏ సమూహంలో సగటు ఎక్కువగా ఉందో ఆ సమూహానికి ఎక్కువ వైపుభ్యాం ఉన్నట్లు. సమూహం సగటు ఆ సమూహంలో అత్యధికంగా ఏరిన గింజల సంఖ్యకూ, అతి తక్కువగా ఏరిన గింజల సంఖ్యకూ మధ్య ఉంటుందనేది గమనించండి.

వేరు వేరు పాడవులు గల రెండు పుల్లల్ని తీసుకోండి. ఆ రెండు పుల్లల మొత్తం పాడవు మారకుండా రెండు పుల్లలు సమంగా ఉండేట్టు చేయండి. ఇందుకు రెండు పుల్లల పాడవుల మధ్య తేడాను ముందు కనుగొనాలి. ఈ తేడాలో సగం వంతును పెద్ద పుల్లకు ఒక వైపు నుంచి నిలిచి చిన్న పుల్లకు జోడించాలి. ఇప్పుడు ఈ రెండు పుల్లల సగటు పాడవు వాటి మొదటి పాడవులకు మధ్య ఉందనేది గమనించండి.

బొమ్మ 7.4-1

(రెండు కంటే ఎక్కువ గల) కొన్ని పుల్లలను తీసుకోండి. ఆ పుల్లలన్నింటి మొత్తం పాడవు మారకుండా ఆ పుల్లలన్నింటిని ఒకే పాడవు ఉండేలా చూసే విధానం కనుక్కోండి. దీనికి సగటు పాడవు కనుక్కోని ఒక్కొక్క పుల్లను ఎంత తగ్గించాలో, ఎంత పెంచాలో చెప్పండి. సగటు పాడవు అన్నిటిలోకి చిన్నదాని కంటే పాడవుగానూ, అన్నిటిలోకి పెద్దదానికంటే చిన్నదానిగానూ ఉంటుందనేది గమనించండి. సగటు పాడవుకు సరిపోయే పుల్ల ఆ సమూహంలో ఉండవచ్చు, ఉండకపోవచ్చునేది గమనించండి.

7.5

అ. పట చిత్రాలు (బొమ్మలలో సంఖ్యా వివరాలు)

ఆ. సంఖ్యాపరమైన సమాచారం తేలికగా అర్థం అయ్యేట్టు పట చిత్రాల (pictograms) ద్వారా ప్రదర్శించవచ్చు.

ఇ. (ఒకే రకమైన) ఖాళీ అగ్గిపెట్టెలు, (ఒకే పరిమాణంగల) ఘనాలు, (ఒకే రకం లేదా ఒకే సైజు గల) వాడిన తపాళా బిళ్ళలు.

ఈ. ఒక తరగతిలో ఎంత మంది పిల్లలు ఉన్నారో అన్ని ఖాళీ అగ్గిపెట్టెలను బల్లమీద ఉంచండి.

_____	సమంగా చేసినవి
_____	వేరు వేరు
_____	పాడవులు గలవి

పాడవులు మార్చే సద్దతి

బొమ్మ 7.4-1

ఒక్కొక్కరిని ఒక్కొక్క పెట్టె తీసుకోమనండి. సంవత్సరంలోని 12 నెలలను పన్నెండు కాగితం ముక్కల మీద రాసి వాటిని వరస వారీగా బల్లపై పెట్టండి. పిల్లలను ఒక్కొక్కరుగా వచ్చి వాళ్ళ పుట్టిన రోజు ఏ నెలలో వస్తుందో ఆ నెలకెదురుగా తమ అగ్గిపెట్టెను పెట్టమనండి. ఒక నెలలో (ఆ తరగతిలోని పిల్లల్లో) ఎంత మంది పుట్టిన రోజు వస్తుందనేది ఇది తెలియచేస్తుంది. ఈ సమాచారాన్ని తెలియచేస్తూ వాడిన తపాళా బిళ్ళలు ఒక కాగితం మీద అంటించండి. తరగతిలోని పిల్లలు బడికి రావటానికి ఏ రవాణా సాధనాన్ని ఉపయోగిస్తున్నారో తెలుసుకోండి. రవాణా సాధనాన్ని, ఒక్కొక్క రవాణా సాధనాన్ని ఎంత మంది పిల్లలు ఉపయోగిస్తున్నారనేది తెలియచేసే పట్టిక తయారుచేయండి. ఈ సమాచారాన్ని తెలియచేయడానికి రవాణా సాధనాలను తెలియచేయటానికి కాగితం ముక్కలు, పిల్లల సంఖ్యకు ఘనాలను ఉపయోగించవచ్చు. వాడిన తపాళా బిళ్ళలు కాగితం మీద అంటించి కూడా దీనిని చూపవచ్చు.

తరగతిలోని పిల్లలకు ఎంత మంది తోడవుట్టినవారో (అక్క, చెల్లెళ్ళు, ఆన్న తమ్ముళ్ళు) తెలుసుకోండి. తోడవుట్టిన వారి సంఖ్యనూ, ఆ సంఖ్య తోడవుట్టిన వారు గల పిల్లల సంఖ్యనూ తెలియచేసే పట్టిక తయారు చేయండి. తోడవుట్టిన వారి సంఖ్యలు 0 నుంచి 10 కి ఎదురుగా ఎంతమంది పిల్లలకు అంతమంది తోడవుట్టిన వారు ఉన్నారో తెలియజేయటానికి ఘనాలు గానీ, అగ్గిపెట్టెలు గానీ ఒకదానిపై ఒకటి పేర్పండి. ఇదే సమాచారం తెలియచేయటానికి వాడిన తపాళా బిళ్ళలు కాగితం మీద అంటించండి.

యూనిట్ VIII

ఆకారాలు, సంఖ్య

- | | |
|-----|---|
| 8.1 | ఘనాకారాల వర్గీకరణ, నామకరణ |
| 8.2 | సరళతను, సమతలత్వాన్ని పరీక్షించటం |
| 8.3 | ఘనాకారాల పరిశీలన |
| 8.4 | గుల్ల ఘనాకారాలను తయారుచేయటం |
| 8.5 | నలుపలకల సమతలాకారాలు |
| 8.6 | వృత్తాకారపు సమతలాకారాలు |
| 8.7 | కోణాలు - రకాలు, కొలతలు |
| 8.8 | సమతలాకారాలలోని కోణాలు - సమతలాకారాలలోని కోణాల మొత్తాలు |
| 8.9 | సమతలాకారాలలో సౌష్ఠ్యం (అవయవాను రూపత్వం) |

8.1

అ. ఘనాకారాల వర్గీకరణ, నామకరణ

- ఆ. ఘన చతురస్రం, ఘనదీర్ఘ చతురస్రం, పట్టకం (ప్రిజం), బహుభుజ గోళురం (పిరమిడ్) వంటివి సమతల ముఖాలు గల ఘనాలు. స్తంభాకారం/స్థూపకం (సిలిండర్), శంకు (కోన్) వంటివి వక్ర తల, సమతల ముఖాలు కలిగి ఉంటాయి.
- గోళాలకు వక్రతల మాత్రమే ఉంటుంది. పట్టకానికి, స్థూపకానికి పైనా, కింది ఉపరితలాలు ఒకే ఆకారంలోనూ, ఒకే పరిమాణంలోనూ ఉంటాయి. బహుభుజ గోళురానికి, శంకుకీ పై ఉపరితలం ఉండదు, కింది, పక్క ఉపరితలాలు మాత్రమే ఉంటాయి.
- ఇ. (చెక్కతో లేదా ప్లాస్టిక్ తో చేసిన) వివిధ పరిమాణాలు గల రెండేసి ఘనాలు. వివిధ పరిమాణాలు గల ఘనాలు తయారు చేయటానికి మూసలు, బంకమట్టి (క్లే), ప్లాస్టిసిన్.
- ఈ. వివిధ గుణాల ఆధారంగా ఘనాలను విభజించటం అమూల్యమైన అనుభవం.

బొమ్మ 8.1-1

సమతల ఉపరితలానికి, వక్రతల ఉపరితలానికి మధ్య తేడాను తాకటం, అనుభూతి చెందటం, చూడటం ద్వారా తెలుసుకోండి.

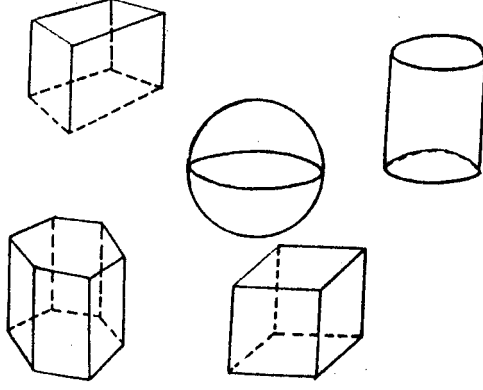
ఈ కింది గుణాల ఆధారంగా ఘనాలను వర్గీకరించండి :

- (1) సమతలాలు మాత్రమే ఉన్నవి (ఘన చతురస్రం, ఘన దీర్ఘ చతురస్రం, పట్టకం, బహుభుజ గోళురం.)
- (2) వక్రతలాలు మాత్రమే ఉన్నవి (గోళాలు) (3) సమతలం, వక్రతలాలు గలవి (స్థూపకం, శంకు)

పక్క ముఖాలను బట్టి ఘనాలను వర్గీకరించండి :

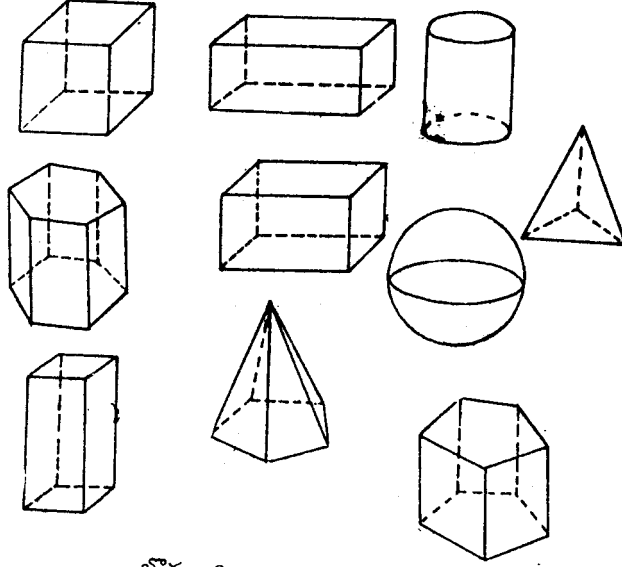
- (1) నాలుగు ముఖాలు గలవి (పట్టకం, ఘన చతురస్రం, ఘన దీర్ఘ చతురస్రం)

ఘనాలు



బొమ్మ 8.1-1

ఘనాలు



బొమ్మ 8.1-2

(2) మూడు ముఖాలు గలవి (బహుభుజ గోపురం)

(1) పైన, కింది ఉపరితలాలు సమతలంగా గలవి (పట్టకం, ఘనచతురస్రం, ఘనదీర్ఘ చతురస్రం, స్థూపకం)

(2) కింది ఉపరితలం సమతలంగా ఉండి పై భాగం కోసు (కోణం) గలవి (బహుభుజ గోపురం, శంకు) గా కూడా ఘనాలను విభజించండి.

బొమ్మ 8.1-2

అన్ని ముఖాలకు నాలుగు అంచులు గల ఘనాలను ఎన్నుకోండి (ఘన చతురస్రం, ఘన దీర్ఘ చతురస్రం). అన్ని ముఖాలూ ఒకే రకంగా ఉండే ఘనాలను ఎంపిక చేసి వాటి పేర్లు చెప్పండి. ఒక ముఖం బొమ్మ గీసి, అన్ని ముఖాలు దాంట్లో ఇమడతాయేమో చూడండి (ఘన చతురస్రం).

ఎదురెదురు ముఖాలు ఒకే రకంగా ఉండే ఘనాలను ఎంపిక చేసి వాటి పేర్లు రాయండి. ఒక ముఖం బొమ్మ గీసి దాని ఎదురు ముఖం అందులో సరిపోతుందేమో చూడండి. అలాగే మిగిలిన ఎదురెదురు ముఖాలకు కూడా చేయండి (ఘన దీర్ఘ చతురస్రం). పక్క సమతల ముఖాలకు నాలుగు అంచులు గల ఘనాలను తీసి వాటి పేర్లు చెప్పండి (పటకం).

ఒకే ఒక్క వృత్తాకార చదును ముఖం గల ఘనం పేరు చెప్పండి (శంకు).

రెండు వృత్తాకార చదును (సమతల) ముఖాలు గల ఘనాలను తీసి పేర్లు చెప్పండి (స్థూపకం)

సమతల చదును ముఖాలు అస్సలు లేని ఘనాలను పేర్కొనండి (గోళాలు).

మూసలను ఉపయోగించి బంకమట్టి లేదా ప్లాస్టిసిన్తో ఘనాల నమూనాలను తయారు చేయండి.

ఉ. మొదటినుంచీ ఘనాల గురించి ఖచ్చితమయిన భావన కలిగించటం, అన్ని రకాల ఘనాల గురించి చెప్పటం సాధ్యమూ కాదు, అభిలషణీయమూ కాదు. అవగాహన, అర్థం చేసుకునే శక్తి పెరిగే కొద్దీ స్పష్టత, అన్ని రకాల గురించి అవగాహన పూర్తవుతాయి. అస్పష్టత కొంత గందరగోళాన్ని కలిగిస్తుంది. ఈ గందరగోళాన్ని పరిమితుల్లో ఉంచితే దానిని క్రమేపి తగ్గిస్తూ చివరికి లేకుండా చేయవచ్చు.

రోజువారి జీవితంలో చూసే ఘనాల ఆకారాలు చెప్పమనటం ద్వారా నేర్చుకున్న దానిని బలపరచవచ్చు.

ఇటుక రాళ్ళు (ఘన దీర్ఘ చతురస్రాలు), అట్టపెట్టెలు (ఘన దీర్ఘ చతురస్రాలు), డబ్బాలు (స్థూపకం), పెన్సిల్ యొక్క చెక్కిన భాగం (శంకు), పాచికలు (ఘన చతురస్రం), మంచు గడ్డ ముక్కలు (ఘన చతురస్రం), బంతులు (గోళాలు), గుడారాలు (శంకు లేదా బహుభుజ గోపురం).

8.2

అ. సరళతను, సమతలత్వాన్ని పరీక్షించటం

ఆ. ఒక రూళ్ళ బద్ద (స్కేలు)ను కదలకుండా పట్టుకుని దాని అంచు వెంట గీతగీసి, ఆ బద్దను

తిప్పి మళ్ళీ ఆ గీత పైనే గీత గీసినపుడు ఆ గీతల మధ్య ఖాళీ ఏర్పడకుండా ఉంటే ఆ బద్ద అంచు సరళరేఖ అని చెప్పవచ్చు.

సరళరేఖలో ఉన్న అంచును ఒక ఉపరితలం మీద పోనిచ్చినపుడు మధ్యలో ఖాళీ ఏర్పడకుండా ఉంటే అది సమతలం అవుతుంది.

ఇ. ఒక పాడగాటి అట్ట ముక్క ఒక (పాడవు) అంచు సరళరేఖ మాదిరి ఉండాలి, రెండవ అంచు కొద్దిగా వంకరగా ఉండాలి.

కాగితం.

ఒక చెక్కపై తలం కొద్దిగా వంకరగానూ, కింది తలం సమతలంగానూ ఉండాలి.

ఈ. చదునుగా ఉండే బల్లమీద ఒక కాగితం కదలకుండా అమర్చండి. అట్ట ముక్క అంచు సరళరేఖ మాదిరి ఉందని నిర్ధారించుకోవడానికి ఆ అంచును కాగితానికి ఆనించి దాని (అంచు) వెంట గీత గీయండి. అట్ట ముక్కను తిప్పి అదే గీత మీద వచ్చేలా అదే అంచువైపు మరొక గీత గీయండి. ఈ రెండు గీతల మధ్య ఖాళీ లేకపోతే ఆ అంచు సరళ రేఖ మాదిరి ఉన్నట్టు, ఖాళీ ఉంటే ఆ అంచు వక్రంగా ఉన్నట్టు.

బొమ్మ 8.2-1

ఏ తలం సమతలంగా ఉందో తెలుసుకోవడానికి సరళరేఖ అంచుగల అట్టముక్కను ఉపరితలం మీదగా పోనిస్తూ వాటి మధ్య ఖాళీ ఏర్పడేదీ, లేనిదీ గమనించండి. ఖాళీ లేకపోతే తలం సమతలంగా ఉన్నట్టు.

బొమ్మ 8.2-2

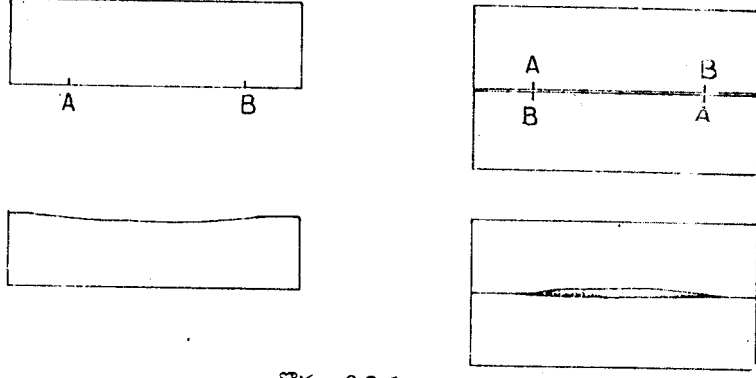
ఉ. మొదటి దశలో మాటల కంటే అనుభవాలకు ప్రాముఖ్యత ఎక్కువ. కాబట్టి పరిశోధన, పరిశీలన ద్వారా తగినంత అనుభవం పొందే అవకాశమివ్వాలి. మాటలు కూడా ముందు అనియతంగా ఉండి తరువాత నియతంగా మారాలి.

8.3

అ. ఘనాకారాల పరిశీలన

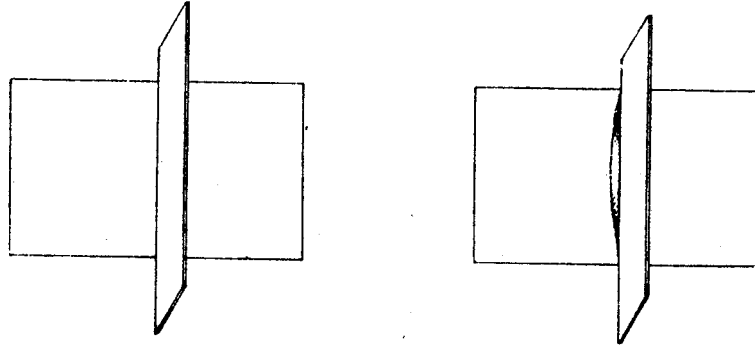
ఆ. ఘనదీర్ఘ చతురస్రానికి ఆరు సమతల ముఖాలు ఉంటాయి, 12 సరళతర అంచులుంటాయి, ఎనిమిది మూలలుంటాయి. ఘన చతురస్రంలో ఆరు సమతల ముఖాలుంటాయి, పన్నెండు సరళతర అంచులుంటాయి, ఎనిమిది మూలలుంటాయి. పట్టకంలో (1) సరళతర అంచుల సంఖ్య పైన లేదా కింద ముఖానికి ఉన్న అంచులకు మూడు రెట్లు (2) పైన, కింద ముఖాలకున్న మొత్తం అంచులకంటే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య ఎక్కువ (3) పైన లేదా కింద ముఖానికున్న అంచులకు రెట్టింపు సంఖ్యలో మూలలుంటాయి. బహుభుజ గోపురంలో (1) కింద ముఖానికున్న అంచుల సంఖ్యకు రెట్టింపు సంఖ్యలో సరళతర అంచులుంటాయి. (2) కింద ముఖానికున్న అంచులకంటే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య ఒకటి ఎక్కువ. (3) కింద ముఖానికున్న అంచుల కంటే మొత్తం మూలల సంఖ్య ఒకటి ఎక్కువ. స్థూపకానికి రెండు వక్ర అంచులుంటాయి. మూలలు ఉండవు. శంకుకి ఒకే ఒక వక్ర అంచు, ఒకే ఒక మూల ఉంటాయి. గోళానికి అంచులూ ఉండవు,

అంచు సరళతను పరీక్షించటం



బొమ్మ 8.2-1

అంచు సమతలత్వాన్ని పరీక్షించటం



బొమ్మ 8.2-2

మూలలూ ఉండవు. స్థూపకం యొక్క వక్ర అంచును ఒక చదును ఉపరితలం మీద ఉంచితే ఒక సరళరేఖ పై దానిని తాకుతుంది. ఒక శంకుని దాని వక్ర అంచు మీద ఒక చదును ఉపరితలం మీద ఉంచితే అది కూడా ఒక సరళరేఖపై ఆ చదును ఉపరితలాన్ని తాకుతుంది. ఒక గోళాన్ని చదును ఉపరితలంపై ఉంచితే అది ఒక బిందువు వద్ద దానిని తాకుతుంది. చదును ఉపరితలం గల ఘనాలను చదును ఉపరితలం మీద ఉంచితే కొంత స్థలంపై దానిని తాకుతుంది.

ఇ. రెండు, మూడు పరిమాణాల్లో అన్ని రకాల ఘనాలు.

ఈ వివిధ ఘనాల ముఖాలు, అంచులు, మూలలు లెక్క పెట్టి సమోచితం చేయండి. ఈ పరిశీలన నుండి వచ్చే సాధారణ సూత్రీకరణలను పేర్కొనండి. ఒక చెక్క స్థూపకం యొక్క వక్ర తలానికి చాక్‌పేసు రుద్ది దాని వక్రతల నిదానంగా ఒక చదును ఉపరితలాన్ని తాకేలా ఉంచి తీసేయండి. చదును ఉపరితలంపై ఒక సన్నని గీత ఏర్పడటం గమనించండి. అంటే స్థూపకాన్ని దాని వక్ర తలం మీద చదును ఉపరితలం మీద ఉంచినప్పుడు ఆ గీత మీద ఆనుతుందని తెలియచేస్తుంది. ఒక చెక్క శంకు వక్ర తలానికి కూడా చాక్‌పేసు రుద్ది స్థూపకంతో చేసిన ప్రయోగమే చేయండి. శంకు కూడా స్థూపకం మాదిరి చదును ఉపరితలంపై ఒక గీత మీద ఆనుతుందనేది గమనించండి.

బొమ్మ 8.3-1

ఒక చెక్క గోళానికి చాక్‌పేసు రుద్ది దానితో కూడా శంకు, స్థూపకాలతో చేసిన ప్రయోగమే చేయండి. చదును ఉపరితలం పైన గోళం ఒక బిందువు మీద ఆనుతుందనేది గమనించండి.

చదును ఉపరితలం గల ఘనాలను ఏ ముఖం మీదనైనా కూర్చోబెట్టి చదును ఉపరితలంపై కొంత స్థలంలో అది ఆధారపడుతుందనేది చూపవచ్చు.

ఉ. అడ్డం, నిలువు ఉపరితలాలు చదునుగా ఉన్నప్పటికీ చదునుతనాన్ని అడ్డం, నిలువు ఉపరితలాలతో గందరగోళపరచగూడదు.

అదే విధంగా అడ్డం, నిలువు గీతలు సరళరేఖ లైన్‌ప్పటికీ సరళతను అడ్డం, నిలువులతో గందరగోళ పరచగూడదు.

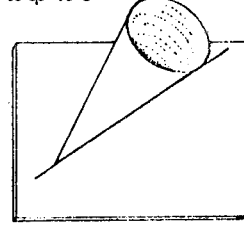
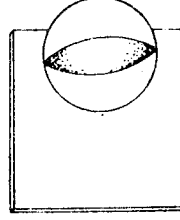
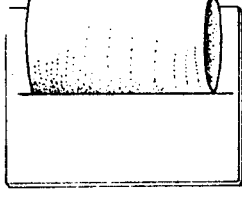
8.4

అ. కొన్ని గుల్ల ఘనకారాలను తయారుచేయటం

ఆ. ఒక (దీర్ఘ చతురస్రాకార) కాగితం యొక్క పొడవాటి (లేదా వెడల్పాటి) అంచులను దగ్గరకు తీసుకువస్తే స్థూపకం ఏర్పడుతుంది. అనేక మడతలు గల కాగితంతో ఎదురెదురు అంచులు కలపడం ద్వారా ఘన చతురస్రాలు, ఘన దీర్ఘ చతురస్రాలు, పట్టకాలు, మొదలైనవి తయారు చేయవచ్చు. వృత్తాకార కాగితంతో శంకు ఆకారం తయారు చేయవచ్చు.

ఇ. కాగితపు దీర్ఘ చతురస్రాలు, వృత్తాకారంలోని భాగాలు గల కాగితాలు, ఒకే పొడవు గల

చదును ఉపరితలాన్ని ఘనాకారాలు తాకే విధానం



బొమ్మ 8.3-1

పుల్లలు.

౪. ఒక కాగితాన్ని దాని పాడవాటి అంచులు లేదా వెడల్పాటి అంచులను ఎటువంటి మడతలు లేకుండా దగ్గరకు తీసుకువస్తే స్వపాకార ఉపరితలం ఏర్పడుతుంది.

ఒకే పరిమాణం గల మూడు కాగితాలు తీసుకోండి. ఒక కాగితాన్ని కింద పెట్టండి. దాని పాడవాటి అంచుల మీద రెండు కాగితాలు పెట్టి వాటిపై అంచులు కలిసేలా పెట్టండి. పట్టకం ఏర్పడిందనేది గమనించండి.

వృత్తాకార (లేదా వృత్తఖండం) సరళ అంచులను కలపటం ద్వారా శంకు ఆకారం ఏర్పడుతుంది.

ఒక (దీర్ఘ) చతురస్రం నలుమూలల నాలుగు సమాన పాడవు గల పుల్లలు ఏటవాలుగా పెట్టి వాటి పై అంచులన్నీ కలిసేలా చూడండి. బహుభుజి గోపురం ఏర్పడింది.

ఒక కాగితాన్ని ఎనిమిది సమ భాగాలుగా మడతపెట్టండి. ఎదురెదురు అంచులను దగ్గరకు తీసుకువచ్చినపుడు ఎటువంటి ఇబ్బంది లేకుండా మడతల దగ్గర బాగా నొక్కండి. (1) ఏ భాగం ఒక దాని మీద ఒకటి పడకుండా అంచులు దగ్గరకు తీసుకురావడం ద్వారా (2) రెండు భాగాలు ఒక దాని మీద ఒకటి పడి ఒక ముఖం ఏర్పడేటట్లు అంచులు దగ్గరకు తీసుకురావడం ద్వారా, (3) నాలుగు భాగాలు ఒకదాని మీద ఒకటి పడి రెండు ముఖాలు ఏర్పడేటట్లు అంచులు దగ్గరకు తీసుకురావడం ద్వారా రకరకాల పట్టకాలు తయారు చేయవచ్చు. ఘన చతురస్రాలు, ఘన దీర్ఘ చతురస్రాలు ప్రత్యేక రకమయిన పట్టకాలు.

ఉ. దీని ఉద్దేశం ఉపరితల ధర్మాలు తెలుసుకోవటం కాదు, రకరకాల గుల్ల ఘనాకారాలు తయారు చేసి వాటి ఆకారాలు గుర్తించి ఆనందించటం.

8.5

అ. నలుపలకల సమ తలాకారాలు

ఆ. సరళ అంచులతో ఏర్పాటు చేసిన (సమతల) ఆకారం దేనికీ మూడు ముఖాలు కంటే తక్కువ ఉండవు.

ఘన చతురస్రం యొక్క ముఖాలు చతురస్రాలు

ఘన దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ముఖాలు దీర్ఘ చతురస్రాలు

పట్టకం యొక్క పక్క (పార్శ్వ) ముఖాలు దీర్ఘ చతురస్రాలు.

ఒక చతురస్రానికి అన్ని బాహువులు (భుజాలు) సమానం.

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క ఎదురెదురు భుజాలు సమానం.

ఒక త్రిభుజానికి మూడు భుజాలు ఉంటాయి.

ఒక త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండవచ్చు. ఒక త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాలు సమానంగా ఉండవచ్చు. అనేక భుజాలు గల ఆకారం యొక్క అన్ని భుజాలు వేరు వేరుగా ఉండవచ్చు, వాటిలో కొన్ని లేదా అన్ని భుజాలు కూడా సమానంగా ఉండవచ్చు.

అనేక భుజాలు గల ఒక ఆకారం (బహుభుజి) యొక్క మూలల సంఖ్య దాని భుజాల

సంఖ్యతో సమానం.

ఇ. చీపురు పుల్లలు, కాగితం, ఒక (చెక్క) ఘన చతురస్రం, ఒక (చెక్క) దీర్ఘ చతురస్రం.

ఈ. ఒక ఘన చతురస్రం యొక్క ముఖాలను కాగితం మీద గీయండి. వాటినన్నింటినీ కత్తిరించి వాటిని వివిధ రకాలుగా ఒకదాని మీద ఒకటి పెట్టి ఘన చతురస్రం యొక్క అన్ని ముఖాలు సమానమన్నది గమనించండి.

ఘన దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ముఖాలను కాగితం మీద గీసి కత్తిరించండి. వాటిని ఒక దానిమీద ఒకటి పెట్టడం ద్వారా రెండు రకాల దీర్ఘ చతురస్రాలతో ఘన దీర్ఘ చతురస్రం ఏర్పడిందని గ్రహించండి.

రెండు పుల్లలతో ఎటువంటి సంవృతాకారాన్ని తయారుచేయలేం, ఇందుకు కనీసం మూడు పుల్లలు కావాలి. నాలుగు పుల్లలతో (దీర్ఘ) చతురస్ర ఆకారాన్ని తయారుచేయగలం.

బొమ్మ 8.5-1

ఒకే పరిమాణం గల రెండు దీర్ఘ చతురస్రాలకార కాగితాలను తీసుకోండి. (ఒక దాని మీద ఒకటి పెట్టి ఇది సరిచూడండి.) ఒక మూల దాని అంచులు కలిసేలా పొడవు అంచుమీద వెడల్పు అంచు అమర్చండి. రెండు కాగితాలు ఒకదాని మీద ఒకటి ఉన్న ప్రాంతం చతురస్రం అవుతుంది.

బొమ్మ 8.5-2

నాలుగు కంటే ఎక్కువ పుల్లలు తీసుకోండి. వాటితో అనేక బహుభుజి ఆకారాలను తయారు చేయండి. ప్రతి దాంట్లోనూ మూలల సంఖ్య భుజాల సంఖ్యతో సమానమన్నది గమనించండి.

8.6

అ. వృత్తాకారపు సమ తలాకారాలు

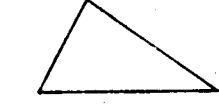
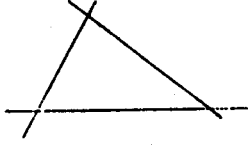
ఆ. ఒక స్థానం (బిందువు) నుండి సమ దూరంలో ఉన్న అనేక స్థానాలు (బిందువులు) వర్షులంలో ఉంటాయి; స్థిరస్థానం వృత్త కేంద్ర బిందువవుతుంది.

వృత్తానికి మూలలుండవు.

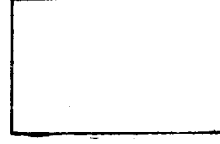
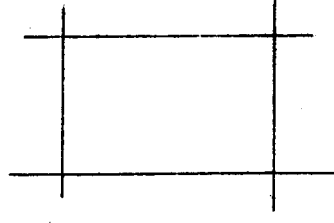
వృత్తానికి వక్ర పరిధి (అంచు) ఉంటుంది. (దీనిని చుట్టు కొలత అంటారు.)

వృత్తం కేంద్ర బిందువు నుంచి పోతూ రెండు అంచులను తాకే సరళ రేఖను వ్యాసం అంటారు. ఒక వృత్తంలో లెక్కలేనన్ని వ్యాసాలు గీయవచ్చు. వృత్త వ్యాసంలో సగం వ్యాసార్థం అవుతుంది. ఒక వృత్తంలో లెక్కలేనన్ని వ్యాసార్థాలు గీయవచ్చు. ఒక అర్థ వృత్తం అర్థ వృత్తపరిధి (లేదా అర్థ చుట్టుకొలత), ఒక వ్యాసంతో బంధింపబడి ఉంటుంది.

వృత్తపాదం (లేదా చతుర్థ భాగం) వృత్తపరిధి (చుట్టు కొలత) లోని పావుభాగం, రెండు వ్యాసార్థాలతో బంధింపబడి ఉంటుంది. (కేంద్ర బిందువు నుంచి పోని) సరళరేఖ వృత్తాన్ని రెండు అసమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది. పెద్ద భాగాన్ని పెద్ద ఖండమనీ, చిన్న భాగాన్ని చిన్న ఖండమనీ అంటారు.

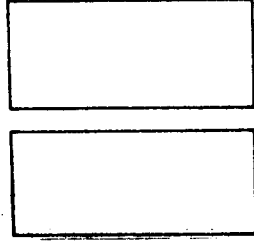


త్రికోణం ఏర్పడటం

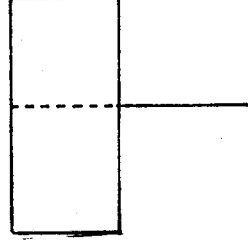


దీర్ఘ చతురస్రం ఏర్పడటం

బొమ్మ 8.5-1



ఒకే పరిమాణం గల
రెండు పట్టీలు



రెండు దీర్ఘ
చతురస్రాకార
పట్టీలతో చతురస్రం

ఒక మూల, దాని వెంబడి అంచులు కలిసేలా
పట్టీలను ఒకదాని మీద ఒకటి ఉంచటం

బొమ్మ 8.5-2

- ఇ. దారం, పెన్సిలు, కాగితం, వివిధ పరిణామాల గాజులు, (గుండ్రటి) డబ్బాలు, వృత్త లేఖినిలు (కాంపాస్), వస్తువులు, ఒకే పాడవు గల పుల్లలు.
- ఈ. ఒకేదాని మీద ఒకటి పెట్టడం ద్వారా ఒకే సైజుగల రెండు గాజులను ఎంపిక చేయండి. (గుండ్రటి) డబ్బాల అడుగు భాగాన్ని, లేదా గుండ్రటి గాజుల్ని కాగితం మీద పెట్టి గీయండి. వృత్తాకారంలో ఒకే అంచు ఉందనీ, అది వక్రంగా ఉందనీ గమనించండి. ఒక వృత్తాకార కాగితాన్ని సగానికి మడత పెట్టండి. ఆ మడత తీసి మరో రకంగా సగానికి మడతపెట్టండి. ఈ రెండు మడతలు (వ్యాసాలు) ఒక బిందువు దగ్గర కలుస్తాయనీ, అది ఆ మడత యొక్క, అర్థ భాగమనీ గుర్తించండి. వృత్తాకార కాగితాన్ని ఎనిమిది భాగాలు అయ్యేట్లు మడత పెట్టండి. ఈ మడతలు (వ్యాసార్థాలు) అన్నీ సమంగా ఉన్నాయనీ, అవి అన్నీ ఒక బిందువు (కేంద్ర బిందువు) దగ్గర కలుస్తాయని గుర్తించండి. ఒక వృత్తాకార కాగితాన్ని రెండు అసమాన భాగాలుగా మడత పెట్టండి. ఒక భాగం, మరొక భాగం కంటే పెద్దగా ఉంటుంది. పెద్ద భాగాన్ని పెద్ద ఖండమనీ, చిన్న భాగాన్ని చిన్న ఖండమనీ అంటారు. ఒక దారానికీ ఒక వైపున పెన్సిలు కట్టి ఇంకో వైపును కదలకుండా పట్టుకోండి. ఇప్పుడు పెన్సిలుతో గీత గీయండి. ఈ పెన్సిలు గుండ్రంగా మాత్రమే తిరుగుతుందనీ, ఒక వృత్తం ఏర్పడుతుందనీ గమనించండి. ఒక కేంద్ర బిందువును నిర్ధారించండి. ఈ బిందువు నుంచి సమాన పాడవు గల పుల్లలను అమర్చండి. ఈ పుల్లల యొక్క రెండవ అంచు వృత్తాకారాన్ని ఏర్పరుస్తాయనేది గమనించండి. ఒక బిందువును నిర్ధారించండి. ఒక పుల్ల సహాయంతో ఆ బిందువు నుంచి ఒకే దూరంలో వస్తువులను ఉంచండి. ఈ వస్తువులు ఒక వృత్తాకారంలో ఉన్నాయనేది గమనించండి.

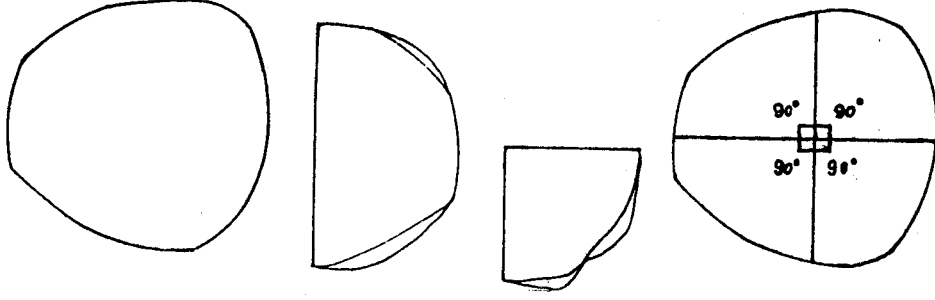
బొమ్మ 8.6-1

8.7

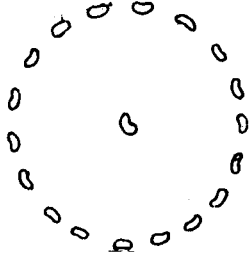
అ. కోణాలు - రేఖలు, కొలతలు

- ఆ. ఒక సరళరేఖను దాని ఒక అంచును స్థిరంగా ఉంచి రెండవ అంచును తిప్పితే మొదటి స్థానంతో ఒక కోణం ఏర్పడుతుంది. రెండు సరళరేఖలు ఒకదానినొకటి ఖండించినపుడు ఎదురెదురుగా రెండ సమ అఘుకోణాలూ, ఎదురెదురుగా రెండు సమగురు(లఘు)కోణాలూ ఏర్పడతాయి. రెండు కిరణాల చివరి బిందువు ఒకటే అయినపుడు కోణం ఏర్పడుతుంది. నాలుగు కోణాలు సమంగా ఉండేలా రెండు సరళరేఖలు ఒకదానినొకటి ఖండించుకొన్నప్పుడు ఆ కోణాలను లంబ కోణాలంటారు. గురుకోణాలు లంబ కోణం కంటే పెద్దవి, లఘుకోణాలు లంబ కోణం కంటే చిన్నవి. లంబ కోణాన్ని 90 సమాన కోణాలుగా విభజిస్తే ఒక్కొక్కటి ఒక డిగ్రీ అవుతుంది. లంబకోణంలో సగం 45 డిగ్రీలు. లంబ కోణంలో మూడవ భాగం 30 డిగ్రీలు. లంబ కోణంలో మూడింట రెండు భాగాలు 60 డిగ్రీలు. లంబ కోణంలో $1\frac{1}{3}$ భాగం 120 డిగ్రీలు. లంబ కోణంలో $1\frac{2}{3}$ భాగం 150 డిగ్రీలు. రెండు లంబ కోణాల మూలలు ఒకే చోట కలసి, వాటి ఒక్కొక్క బాహువు ఒక దానితో ఒకటి

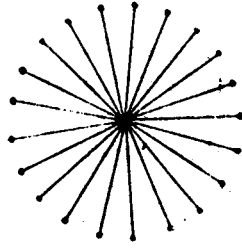
కాగితాన్ని మడత పెట్టడం ద్వారా లంబ కోణాలను పొందడం



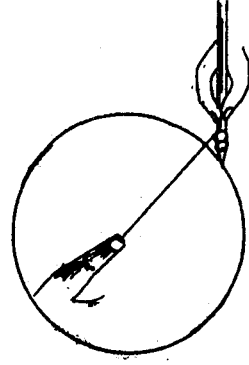
బొమ్మ 8.7-1



నిర్ధారించిన బిందువు నుంచి
ఒకే దూరంలో వస్తువులను
ఉంచడం



ఒకే పొడవుగల
పుల్లల్ని ఒక అంచు
ఒక బిందువు దగ్గర ఉండేలా
అమర్చటం



పెన్సిలు, దారంతో
వృత్తం
గీయటం

బొమ్మ 8.6-1

కలిసినప్పుడు మిగిలిన రెండు బాహువులు (అవి ఒకదానితో ఒకటి కలవనప్పుడు) ఒక సరళరేఖ ఏర్పడుతుంది.

ఇ. నిమిషాలు, గంటల ముళ్ళతో (బొమ్మ) గడియారం, ఒక విభాగిని (divider), రెండు పుల్లలు, కాగితాలు, చిత్తుకాగితాలు.

ఈ. విభాగినిని తీసుకోండి. దానిని కాగితం మీద పడుకోబెట్టి ఒక బాహువును స్థిరంగా ఉంచి రెండవ బాహువును మారుస్తూ ఉండండి. మొదటి బాహువుతో రెండవ బాహువు ఏర్పడే కోణాలను పరిశీలించండి.

ఒక చిత్తు కాగితం తీసుకోండి. దానిని (సగానికి) మడత పెట్టండి. మళ్ళీ సగానికి మడత పెట్టండి. ఇప్పుడు ఏర్పడిన మూల లంబ కోణం. కాగితం మడతలు విప్పిచూస్తే నాలుగు లంబ కోణాలు ఏర్పడి ఉంటాయి.

బొమ్మ 8.7-1

రెండు చిత్తు కాగితాలను తీసుకోండి. పైన చెప్పినట్లు వాటిని రెండుసార్లు మడతపెట్టి లంబ కోణాలు ఏర్పడేలా చేయండి. వీటి మూలలు, ఒక్కొక్క బాహువు కలిసేలా పక్కపక్కన పెట్టండి. మిగిలిన రెండు బాహువులు ఒక సరళరేఖగా ఏర్పడతాయి, దీని కోణం రెండు లంబ కోణాలకు సమానం.

రెండు పుల్లలు ఒక దానితో ఒకటి ఖండించుకునేట్లు పెట్టండి. కాగితాన్ని రెండుసార్లు మడతపెట్టి తయారు చేసిన సమకోణంతో ఎదురెదురుగా ఉన్న రెండు కోణాలు లంబ కోణం కన్న పెద్దవి అంటే గురు కోణాలనీ, ఎదురెదురుగా ఉన్న రెండు కోణాలు లంబ కోణం కంటే చిన్నవి అంటే లఘుకోణాలనీ గమనించండి.

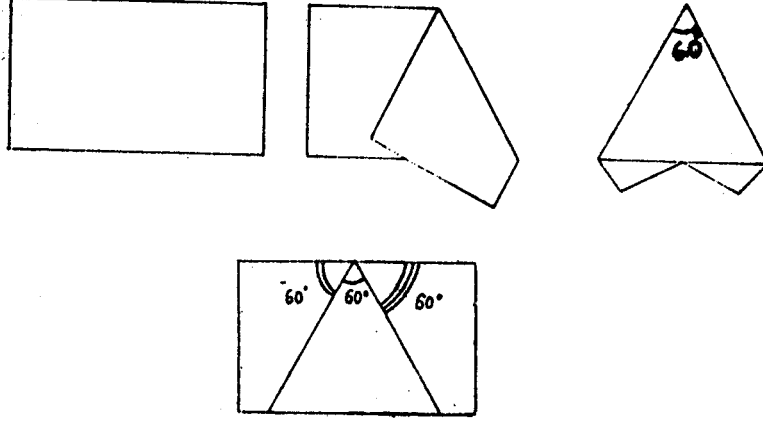
ఒక కాగితం తీసుకోండి. దానిని మడతపెట్టండి. మడత తీసి రెండు మడతలు ఒకదానినొకటి ఖండించుకునేట్లు మళ్ళీ మడతపెట్టండి. కాగితాన్ని నాలుగు భాగాలుగా కత్తిరించండి. ఒకదాని మీద ఒకటి పెట్టి ఎదురెదురుగా ఉండే రెండు గురుకోణాలూ సమానమనీ, ఎదురెదురుగా ఉండే రెండు లఘు కోణాలూ సమానమనీ గమనించండి. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకోండి. ఒక అంచు మీద ఒక బిందువు దగ్గర రెండు వైపుల నుంచి కాగితాన్ని ఒకదాని మీద ఒకటి సరిపోయేలా మడత పెట్టండి. ఈ మడతలు 180 డిగ్రీలను మూడు సమభాగాలుగా చేస్తాయి. ఇప్పుడు ఏర్పడిన కోణం 60 డిగ్రీలు.

బొమ్మ 8.7-2

మడతలు ఊడతీసి ఒక మడతను వెనక్కి పెట్టండి. మిగిలిన రెండు భాగాలు 120 డిగ్రీల కోణం ఏర్పడతాయని గమనించండి.

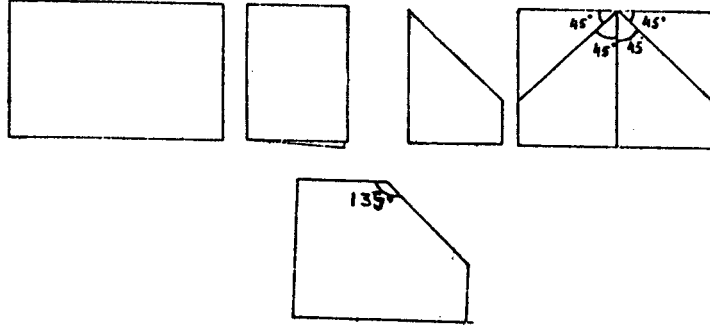
ఒక దీర్ఘ చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకోండి. దీనిని సగానికి మడత పెట్టండి. మూల సగం అయ్యేలా మళ్ళీ సగానికి మడత పెట్టండి. ఇప్పుడు ఒక మడత ఊడదీయండి. లంబ కోణం రెండు సమాన భాగాలుగా అయ్యిందనీ ఒక్కొక్కటి 45 డిగ్రీలనీ గమనించండి. రెండవ మడత కూడా తీయండి. నాలుగు భాగాలూ 45 డిగ్రీల కోణాన్ని సూచిస్తాయన్నది గమనించండి. ఇప్పుడు ఒక భాగాన్ని వెనక్కి మడత పెట్టండి. మిగిలిన మూడు భాగాలు

కాగితాన్ని మడత పెట్టడం ద్వారా 60° కోణం ఏర్పరచటం



బొమ్మ 8.7-2

కాగితాన్ని మడత పెట్టడం ద్వారా 45° కోణం ఏర్పరచటం



బొమ్మ 8.7-3

135 డిగ్రీల కోణాన్ని సూచిస్తాయి. గడియారపు ముళ్ళు మారుస్తూ వివిధ కోణాలను తెలియచేయండి.

బొమ్మ 8.7-3

ఒక కాగితాన్ని బొమ్మ 8.7-2 లో మాదిరి మూడు 60 డిగ్రీల కోణాలు ఏర్పడేలా మడత పెట్టండి. 60 డిగ్రీల ఒక భాగాన్ని మళ్ళీ (మూలమీద) సగానికి మడత పెట్టి 30 డిగ్రీల కోణాలు ఏర్పడేలా చేయండి. ఒక 30 డిగ్రీల భాగాన్ని వెనక్కి మడతపెడితే మిగిలిన భాగం 150 డిగ్రీలు సూచిస్తుందని గమనించండి.

ఉ. కోణమానిని (protractor), మూల మట్టం (set square) ఉపయోగించి కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా వచ్చిన వివిధ కోణాలను కొలిచి, రుజువు పరుచుకోవచ్చు.

8.8

అ. ఆకారాలలోని కోణాలు, ఆకారాలలోని కోణాల మొత్తాలు

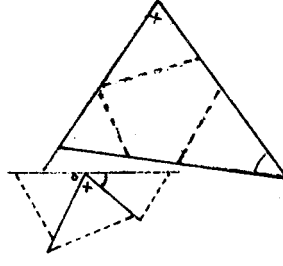
ఆ. ఒక (వంకర లేని) అనేక అంచుల ఆకారం (లేదా బహుభుజి)లో లోపల ఉండే కోణాల సంఖ్య, భుజాల సంఖ్యతో సమానం. ఒక త్రిభుజం (త్రికోణం) లోని కోణాల మొత్తం రెండు లంబ కోణాలకు సమానం. నాలుగు అంచులు గల (చతుర్భుజ) ఆకారంలోని నాలుగు కోణాల మొత్తం నాలుగు లంబ కోణాలకు సమానం. ఒక త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాలు సమానంగా ఉండవచ్చు (సమబాహు త్రిభుజం); అది ఒక్కొక్కటి 60 డిగ్రీలు ఉంటుంది. ఒక త్రిభుజంలో ఒక్క కోణం మాత్రమే లంబ కోణం లేదా గురు కోణం అవుతుంది. ఒక త్రిభుజంలోని రెండు కోణాలు సమానంగా ఉండవచ్చు (సమద్విబాహు త్రిభుజం). ఒక సమచతుర్భుజంలోని కోణాలన్నీ సమానం, ఒక్కొక్కటి ఒక లంబ కోణం. ఒక దీర్ఘ చతురస్రంలోని నాలుగు కోణాలూ సమానం, ఒక్కొక్కటి ఒక లంబ కోణం. ఒక బహుభుజిని (ఒకదాని మీద ఒకటి పడకుండా) దాని బాహువుల సంఖ్య కంటే రెండు తక్కువ త్రిభుజాలుగా విభజించవచ్చు.

ఇ. కాగితాలు, కాగితపు మూలమట్టాలు.

ఈ. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకోండి. కాగితపు మూలమట్టం సహాయంతో దీని నాలుగు మూలలూ సమానమనీ ఒక్కొక్కటి ఒక లంబ కోణమనీ గమనించండి. ఒక చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకోండి. కాగితపు మూల మట్టంతో దీని నాలుగు మూలలూ సమానమనీ ఒక్కొక్కటి ఒక లంబ కోణమనీ గమనించండి.

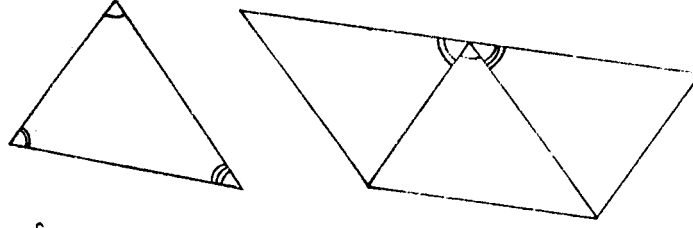
జామెట్రీ బాక్సులోని మూలమట్టాలని తీసుకుని వాటిని కాగితాల మీద గీసి కత్తిరించండి. 45 డిగ్రీల కాగితపు మూలమట్టాలను కలిపి రకరకాల ఆకారాలు తయారు చేయండి. 60 డిగ్రీల కాగితపు మూల మట్టాలను కలిపి రకరకాల ఆకారాలు తయారుచేయండి. కొన్ని త్రిభుజాలు ఏర్పడితే, కొన్ని నాలుగు భుజాలు గల ఆకారాలు ఏర్పడతాయి. త్రిభుజాలలో అయితే అన్ని కోణాల మొత్తం రెండు లంబ కోణాలు లేదా 180 డిగ్రీలకు సమానమని గమనించండి. నాలుగు భుజాల ఆకారాలలో అయితే అన్ని కోణాల మొత్తం నాలుగు లంబ కోణాలకు లేదా 360 డిగ్రీలకు సమానమని గమనించండి.

ఒక త్రికోణంలోని మూడు
కోణాలను కత్తిరించి
పక్క పక్కన పెట్టడం ద్వారా



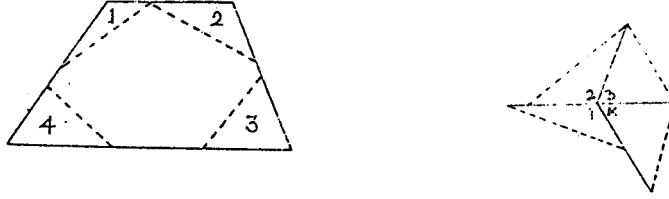
బొమ్మ 8.8-1

ఒక త్రికోణం యొక్క మూడు కోణాల మొత్తం



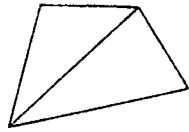
ఒకే పరిమాణం గల మూడు త్రికోణాలను పక్క పక్కన
పెట్టడం ద్వారా
బొమ్మ 8.8-2

చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల మొత్తం

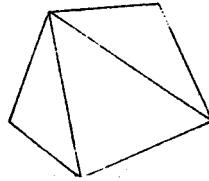


ఒక చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాలు కత్తిరించి పక్క పక్కన పెట్టడం ద్వారా
బొమ్మ 8.8-3

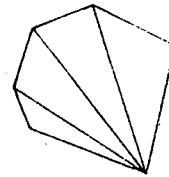
చతుర్భుజి



పంచభుజి



షడ్భుజి



బహుభుజి ఆకారాలలో ఏర్పడే త్రికోణాల సంఖ్య

బొమ్మ 8.8-4

ఒక కాగితపు త్రిభుజాన్ని కత్తిరించి దాంట్లో మూడు కోణాలను విడివిడిగా కత్తిరించండి. కోణపు ప్రాంతాలు పక్క పక్కన ఉండి బాహువులు ఒకదానితో ఒకటి ఆనుకునేట్టు చూడండి. బయట వైపు నుండే రెండు బాహువులు ఒక సరళరేఖగా ఏర్పడి మూడు కోణల మొత్తం రెండు లంబ కోణాలకు లేదా 180 డిగ్రీలకు సమానమన్నది సూచిస్తోందని గమనించండి. ఈ పరిశీలనలు మరిన్ని త్రిభుజాలతో చేసి ఈ అనుభవాన్ని ఒక సాధారణ ధర్మంగా పేర్కొనండి.

బొమ్మ 8.8-1

లేదా మూడు ఒకే రకమైన త్రిభుజాలు కాగితంలోంచి కత్తిరించండి. ఈ మూడు త్రిభుజాల మూడు కోణాలు పక్క పక్కన ఉండేట్టు అమర్చి ఇంతకు ముందులాగానే మూడు కోణాల మొత్తం రెండు లంబ కోణాలకు లేదా 180 డిగ్రీలకు సమానమని గమనించండి.

బొమ్మ 8.8-2

కాగితం నుండి నాలుగు అంచులు గల (చతుర్భుజ) ఆకారాలను కత్తిరించండి. ఒకదాని నుండి నాలుగు కోణాలను కత్తిరించి వాటిని పక్క పక్కనే అమర్చండి. ఇలాగే మరికొన్ని చతుర్భుజాలతో చేయండి. చతుర్భుజాలలోని నాలుగు కోణాల మొత్తం నాలుగు లంబ కోణాలకు లేదా 360 డిగ్రీలకు సమానమని గుర్తించండి

బొమ్మ 8.8-3

అనేక అంచులు గల (బహుభుజి) ఆకారాలను కాగితంలోంచి కత్తిరించండి. ఒక్కొక్క దానిని త్రిభుజాలుగా కత్తిరించండి. వేరు వేరు బహుభుజాలతో ఈ విధంగా చేయండి. బహుభుజిలోని అంచుల సంఖ్యకు త్రిభుజాల సంఖ్య రెండు తక్కువనేది గమనించండి:

బొమ్మ 8.8-4

అంచుల సంఖ్య	:	4	5	6
త్రిభుజాల సంఖ్య	:	2	3	4

8.8

అ. ఆకారాలలో రేఖా సౌష్ఠ్యం

అ. ఒక దీర్ఘ చతురస్రానికి రెండు సౌష్ఠ్య రేఖలుంటాయి.

ఒక చతురస్రంలో నాలుగు సౌష్ఠ్య రేఖలుంటాయి.

సమద్విబాహు త్రిభుజంలో ఒక సౌష్ఠ్య రేఖ ఉంటుంది.

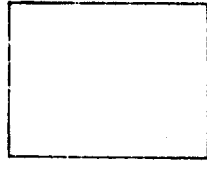
ఒక సమబాహు త్రిభుజంలో మూడు సౌష్ఠ్య రేఖలు ఉంటాయి.

ఒక వృత్తంలో లెక్కలేనన్ని సౌష్ఠ్య రేఖలుంటాయి.

ఇ. కాగితం.

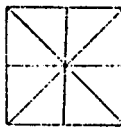
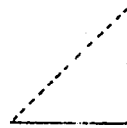
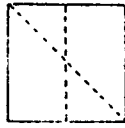
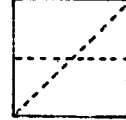
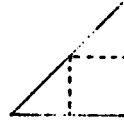
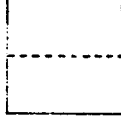
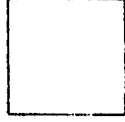
ఈ. కాగితపు దీర్ఘ చతురస్రాలు తీసుకోండి. వీటిని సగానికి మడతలు పెట్టండి. రెండు విధాలుగా మాత్రమే చెయ్యగలమని గమనించండి. ఈ మడతలు సౌష్ఠ్య రేఖలను సూచిస్తాయి.

బొమ్మ 8.9-1



కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా దీర్ఘ చతురస్రంలోని రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు

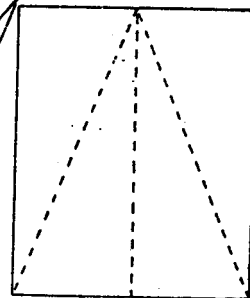
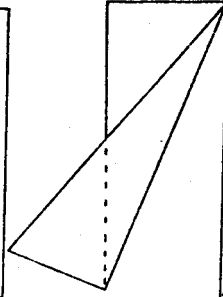
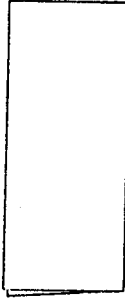
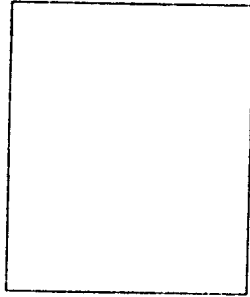
బొమ్మ 8.9-1



కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా
చతురస్రంలోని నాలుగు సౌష్ఠవ
రేఖలు

బొమ్మ 8.9-2

కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా సమద్విభాహు త్రిభుజాన్ని పొందడం



బొమ్మ 8.9-3

కాగితపు చతురస్రాలను తీసుకోండి. వీటిని సగానికి మడత పెట్టండి. ఇది నాలుగు విధాలుగా చేయవచ్చని గమనించండి. ఈ మడతలు నాలుగు స్థావర రేఖలను సూచిస్తాయి.

బొమ్మ 8.9-2

ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజాన్ని కాగితం నుండి కత్తిరించడానికి ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దీనిని సగానికి మడత పెట్టండి. మడత యొక్క పై బిందువు నుండి కింది వైపు మూల వరకు కలుపుతూ ఏటవాలుగా మడతపెట్టండి. ఈ ఏటవాలు మడత మీదుగా కత్తిరించండి. మడత విప్పితే సమద్విబాహు త్రిభుజం ఏర్పడుతుంది. సమద్విబాహు త్రిభుజానికి ఒకే ఒక స్థావర రేఖ ఉంటుంది.

బొమ్మ 8.9-3

కాగితంతో సమబాహు త్రిభుజాన్ని కత్తిరించడానికి ఒక దీర్ఘ చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని సగానికి మడత పెట్టండి. మడతని ఊడదీయండి. మధ్యలో మడతను గుర్తించండి. దీర్ఘ చతురస్రపు ఒక మూల ఈ మధ్య గీత మీదకు వచ్చేలా మడత పెట్టండి. (మడత పెట్టిన భాగాన్ని మళ్ళీ అదే విధంగా మడతపెట్టి ఒక్కొక్క మడతకీ 30 డిగ్రీల కోణం ఏర్పడుతుందని గమనించండి.) దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క మరొక అంచును మొదట ఎన్నుకున్న మూలమీద, మొదటి అంచుమీద పడేలా మడత పెట్టండి. కింద ఏర్పడిన సమబాహు త్రిభుజాన్ని గమనించండి. ఈ సమబాహు త్రిభుజాన్ని కత్తిరించండి.

బొమ్మ 8.9-4

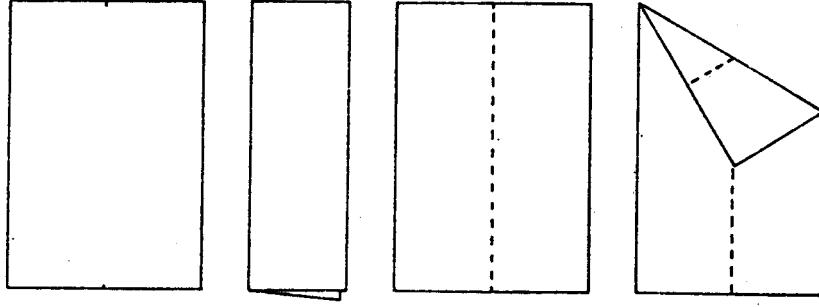
ఈ త్రిభుజాన్ని సగానికి మడతపెట్టండి. మూడు రకాలుగా దీనిని సగానికి మడతపెట్టవచ్చని గమనించండి. సమబాహు త్రిభుజానికి మూడు స్థావర రేఖలున్నాయని ఇది తెలియ చేస్తుంది.

బొమ్మ 8.9-5

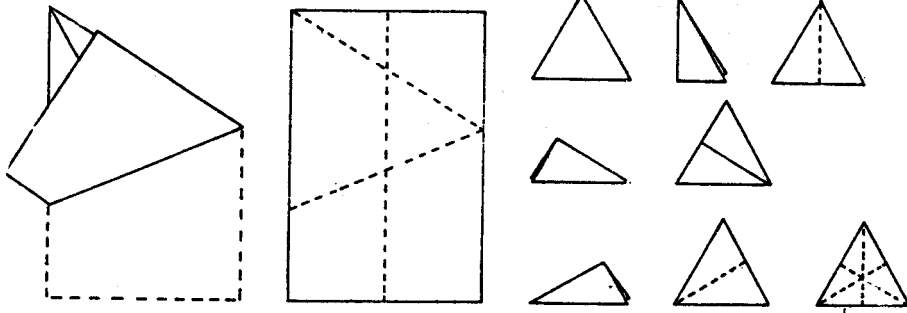
కాగితంలో వృత్తాకారాన్ని కత్తిరించండి. దానిని సగానికి మడత పెట్టండి. లెక్కలేనన్ని విధాలుగా దానిని సగానికి మడత పెట్టవచ్చని గమనించండి. ప్రతి మడత స్థావర రేఖను సూచిస్తుందనేది గమనించండి.

బొమ్మ 8.9-6

కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా సమబాహు త్రిభుజాన్ని పొందడం



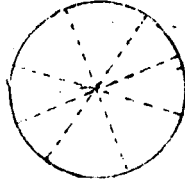
బొమ్మ 8.9-4...



బొమ్మ 8.9-4

సమబాహు త్రిభుజం యొక్క సృష్టవరేఖలు

బొమ్మ 8.9-5



బొమ్మ 8.9-6

యూనిట్ IX

కొలతల నుండి క్షేత్రమితి వరకు

9.1	పొడవు, దైర్ఘ్యమానం
9.2	చుట్టుకొలత, దాని కొలత
9.3	కాలం, కాలమానం
9.4	డబ్బు, ద్రవ్యమానం
9.5	పరిమాణం, దాని కొలమానం
9.6	భారం, తులమానం
9.7	వైశాల్యం, దాని కొలత
9.8	ఆకారాల వైశాల్యానికి సూత్రాలు
9.9	ఘన పరిమాణం, దాని కొలత
9.10	ఘనాకారాల ఘన పరిమాణానికి సూత్రాలు

9.1

అ. పొడవు, దైర్ఘ్యమానం (పొడవులను కొలవటం)

అ. పొడవు కలిగిన కొన్ని వస్తువులు ఉన్నాయి. రెండు పొడవులు సమానంగా ఉండవచ్చు, లేదా ఒకటి ఇంకొక దానికంటే ఎక్కువ ఉండవచ్చు. రెండు పొడవులను వాటికి సామాన్యమైన కొలమానంతో ప్రత్యక్షంగా కానీ, పరోక్షంగా గానీ పోల్చవచ్చు. అయితే ఈ కొలమానం మనిషికి, మనిషికి మారవచ్చు. ఏదైనా ఒక పొడవును సామాన్య కొలమానంగా తీసుకోవచ్చు. ఇది మనిషికి, మనిషికి మారదు. విశ్వవ్యాప్తంగా ఆమోదం పొందిన ప్రామాణిక కొలమానాలు వ్యవహారాలను సౌలభ్యపరుస్తాయి.

ఇ. వివిధ పొడవులున్న పుల్లలు, ట్రైన్ దారం ముక్కలు, అగ్గిపుల్లలు, పెన్సిళ్ళు, తీగలు, మీటరు కొలబద్ధ.

ఈ. పుల్లలు, దారం వంటివి పొడవు కలిగి ఉంటాయి. రెండు పుల్లలు తీసుకుని వాటి ఒక చివర సమానంగా ఉండేట్టు పక్కన పక్కన పెట్టండి. రెండవ అంచును గమనించి ఏది పొడవో నిర్ణయించండి. రెండు కంటే ఎక్కువ పుల్లలు తీసుకుని వాటి పొడవులను ప్రత్యక్ష పద్ధతిన పోల్చండి. 'అ' అనే పుల్ల 'ఆ' అనే పుల్ల కంటే పొడవయ్యి, 'ఆ' అనే పుల్ల 'ఇ' అనే పుల్ల కంటే పొడవుంటే, 'అ' అనే పుల్ల 'ఇ' అనే పుల్ల కంటే పొడవవుతుంది (transitive property - మార్పుదల ధర్మం). పక్క పక్కకు తీసుకురాలేని వస్తువుల, ఉదాహరణకు కిటికీలు, వెడల్పు పోల్చటానికి ముందు ఒకదాని వెడల్పు ట్రైన్ దారంతో కొలవండి, ఇప్పుడు అంతే దారంతో రెండవ దానిని కొలిచి ఏది వెడల్పో నిర్ణయించండి. లేదా మీ జాన ఉపయోగించి కిటికీలను కొలిచి ఏది వెడల్పో నిర్ణయించండి. రెండు తాళ్ళ పొడవును పోల్చటానికి మీ మూర ఉపయోగించండి. ఇద్దరి వ్యక్తుల జానలు, మూరలు సమానంగా ఉండవనేది

గమనించండి. ఏదైనా ఒక వస్తువును ఉదాహరణకు ఒక అగ్గిపుల్ల, చెక్కని పెన్సిలు వంటివి తీసుకుని రెండు బల్లల వెడల్పు పోల్చండి. కొలతలు రెండు విధాలుగా తీసుకోవచ్చునేది గమనించండి. ఒక అగ్గిపుల్ల పక్కన ఇంకో అగ్గిపుల్ల పెట్టుకుంటూ పోతూ వెడల్పుకు ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు పట్టాయో తెలుసుకోవచ్చు.

బొమ్మ 9.1-1

ఒక్క అగ్గిపుల్లను తీసుకుని ప్రతిసారి అంచుగుర్తించి, దానిని మారుస్తూ కొలవవచ్చు.

బొమ్మ 9.1-2

పాడవుల కొలతకు మెట్రిక్ పద్ధతి ప్రామాణిక కొలతలుగా ఉన్నాయి. ఇవి మీటరు, దానికంటే చిన్నవైన మిల్లీమీటరు, సెంటీమీటరు, డెసీమీటరు; మీటరు కంటే పెద్దవైన డెకామీటరు, హెక్టోమీటరు, కిలోమీటరు.

బాల్ పాయింట్ పెన్ను ములుకు మందం దాదాపు ఒక మిల్లీమీటరు ఉంటుందని గమనించండి.

బొమ్మ 9.1-3

పురుషుని చిటికెనవేలు గోరు వెడల్పు (లేదా స్త్రీ ఉంగరం వేలు గోరు వెడల్పు) దాదాపు ఒక సెంటీమీటరు ఉంటుందని గమనించండి.

బొమ్మ 9.1-4

పురుషుని అరచేయి వెడల్పు 10 సెం.మీ. లేదా 1 డెసీమీటరు మించి ఉండదని గమనించండి.

బొమ్మ 9.1-5

మీటరు బద్ద ఉపయోగించి పిల్లల ఎత్తు, తరగతి గది పొడవు, వెడల్పులు లెక్క గట్టండి. ఒక తీగ తీసుకోండి. దాని పొడవు కొలవండి. తీగను వంచి విభాగాలుగా చేయండి. ఈ విభాగాల పొడవు కొలిచి వాటి మొత్తం కనుగొనండి. తీగపొడవు, విభాగాల మొత్తం పొడవు సమానమని గుర్తించండి (conservation of length - పొడవు నిత్యత్వము).

మీటరు టేపు ఉపయోగించి మీ అంగ (pace) దూరం, మీ ఎత్తు, మెడ చుట్టు కొలత, ఊపిరి లోపలికి తీసుకుని, వదిలి చాతీ కొలతలు, నడుము కొలత సెంటీమీటర్లలో తీసుకోండి. మీ ఇంటి నుండి బడికి, దగ్గరలోనున్న పోస్టాఫీసుకి, దగ్గరలోనున్న బ్యాంకుకి, దగ్గరలోనున్న రైల్వేస్టేషనుకి, దగ్గరలోనున్న బస్టాండుకి దూరం తెలుసుకోండి (అందుబాటులో ఉంటే pedometer, నడిచిన దూరం తెలియచేసే యంత్రం, ఉపయోగించండి). మీకు బట్టలు కుట్టడానికి ఎంత గుడ్డ పడుతుందో మీటర్లలో లెక్కగట్టండి.

- ఉ. పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు, లావు, మందం, పలచన వంటి వన్నీ పొడవుకు సంబంధించిన కొలతలేనని గమనించండి. స్కేలు మీద గీతలు, కొలత చదవటంలో కొంత తికమకపడతారు కాబట్టి మొదట్లో ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహించాలి.

9.2

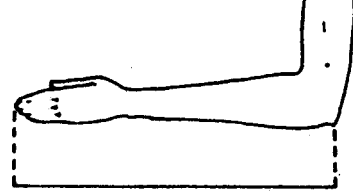
అ. చుట్టు కొలత, దాని కొలత

- ఆ. సంవృత సమతల ఆకారాలకు పరిధి (సరిహద్దు) ఉంటుంది, ఆ పరిధి పొడవే దాని చుట్టు

ప్రామాణికం కాని కొలతలు

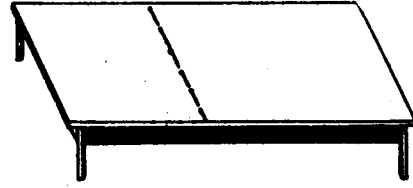
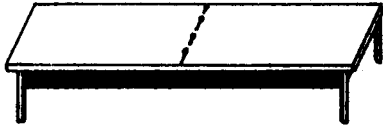


జాన

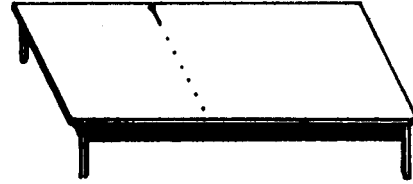
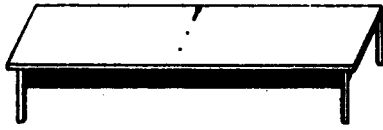


మూర

బొమ్మ 9.1-1

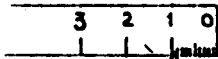


అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించి
వెడల్పు కొలత తీయడం



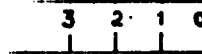
ఒక అగ్గిపుల్లను ఉపయోగించి
వెడల్పు కొలత తీయడం

బొమ్మ 9.1-2



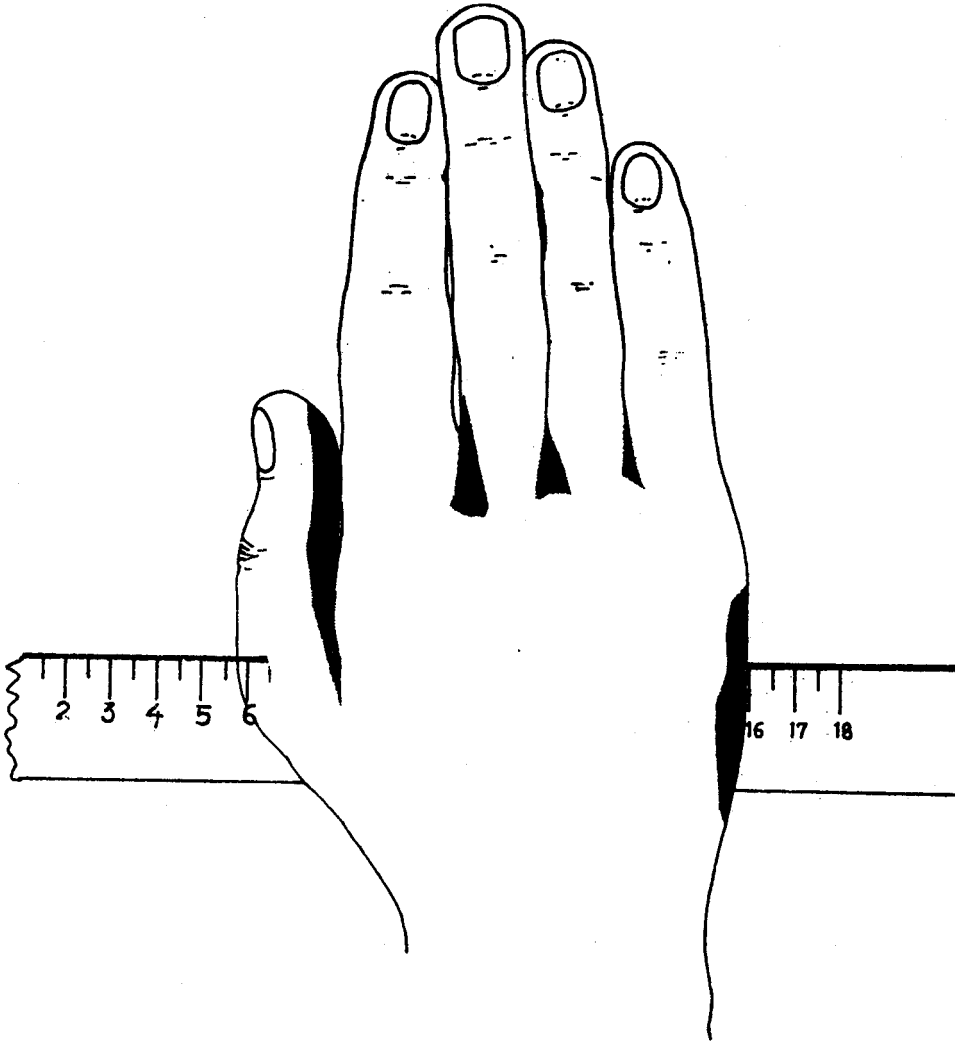
బాల్పాయింట్
పెన్ను ఘులుకు
దాదాపు 1 మి.మీ.
ఉంటుంది

బొమ్మ 9.1-3



చిటికెనవేలు
దాదాపు ఒక
సెం.మీ. వెడల్పు
ఉంటుంది

బొమ్మ 9.1-4



పురుషుని అరచేయి వెడల్పు 10 సెం.మీ.కి మించి ఉండదు

బొమ్మ 9.1-5

కొలత. ఉదాహరణకు ఒక బహుభుజి చుట్టుకొలత దాని అంచుల పొడవుల మొత్తం అవుతుంది. ఒక బహుభుజి అంచులన్నీ సమానం అయితే దాని చుట్టుకొలత ఒక అంచు పొడవును అంచుల సంఖ్యతో హెచ్చవేస్తే వస్తుంది. త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత దాని బాహువుల పొడవుల మొత్తం అవుతుంది. సమద్విబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత సమబాహువు పొడవును రెండుతో హెచ్చవేసి దానికి మూడవ బాహువు పొడవు కలిపితే వస్తుంది. సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టు కొలత దాని బాహువు పొడవును మూడు పెట్టి హెచ్చవేస్తే వస్తుంది. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత దాని పొడవు, వెడల్పులను కలిపి రెండు పెట్టి హెచ్చవేస్తే వస్తుంది. ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత దాని బాహువు పొడవును నాలుగు పెట్టి హెచ్చవేస్తే వస్తుంది.

ఇ. పుల్లలు.

ఈ. అనేక బాహువులు గల ఆకారాన్ని పుల్లలతో తయారు చేయండి. దాని చుట్టుకొలత పుల్లల (లేదా అంచుల) పొడవుల మొత్తానికి సమానం అన్నది గమనించండి. పుల్లలతో దీర్ఘ చతురస్రం తయారు చేయండి. దీనిని తయారు చేయటానికి రెండు పొడవులు గల రెండేసి పుల్లలు కావాలనేది గమనించండి. దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత దాని పొడవు, వెడల్పులను కలిపి రెండుతో హెచ్చవేస్తే వస్తుందనేది గమనించండి. పుల్లలతో ఒక చతురస్రం తయారు చేయండి. ఇందుకు ఒకే పొడవు గల నాలుగు పుల్లలు కావాలనీ, చతురస్రం చుట్టు కొలత ఒక పుల్ల పొడవుకు నాలుగింతలనేది గమనించండి. పుల్లలతో ఒక త్రిభుజాన్ని తయారు చేయండి. త్రిభుజం తయారు చేయడానికి మూడు పుల్లలు అవసరం. అయితే ఏవైనా మూడు పుల్లలతో త్రిభుజం తయారు కాదని గమనించండి. రెండు (చిన్న) పుల్లల పొడవుల మొత్తం మూడవ పుల్ల పొడవుకంటే ఎక్కువైనప్పుడే త్రిభుజం తయారు చేయగలం. త్రిభుజం చుట్టుకొలత వాటి బాహువుల పొడవుల మొత్తంతో సమానం.

సమాన పొడవు గల రెండు పుల్లలు, ఇంకొక పుల్లతో (త్రిభుజం తయారు కావటానికి నిబంధన కనుగుణంగా) సమద్విబాహు త్రిభుజం తయారు చేయండి. సమద్విబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టు కొలత సమ బాహువు యొక్క పొడవును రెండుతో హెచ్చవేసి మూడవ బాహువు పొడవు కలిపితే వస్తుంది. ఒకే పొడవు గల మూడు పుల్లలతో ఒక సమబాహు త్రిభుజాన్ని తయారు చేయండి. త్రిభుజం తయారు కావడానికి నిబంధనకు ఒకే పొడవు గల పుల్లలు అన్ని సందర్భాలలోనూ కట్టుబడి ఉంటాయని గమనించండి. సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత దాని బాహువు పొడవుకు మూడింతలని గమనించండి.

9.3

అ. కాలం, శాలమానం

ఆ. రెండు ఘటనలు ఒకేసారి జరిగినప్పుడు అవి ఏకక్షణంలో జరిగాయంటాం. ఒక ఘటన జరిగిన తరువాత కొంచెం సేపటికి మరొక ఘటన జరిగితే ఆ రెండు ఘటనలకు మధ్య

కొంత కాల వ్యవధి ఉందంటాం. సూర్యుని చుట్టూ ఒకసారి తిరగటానికి భూమికి ఒక సంవత్సరం పడుతుంది.

భూమికి తన చుట్టూ తాను తిరగడానికి ఒక రోజు పడుతుంది.

1 నుండి 60 వరకు నిదానంగా లెక్క పెట్టడానికి దాదాపు 60 సెకండ్లు లేదా ఒక నిమిషం పడుతుంది.

గడియారంలోని గంటల (చిన్న) ముల్లుకు ఒక చుట్టూ తిరగటానికి 12 గంటలు పడుతుంది; నిమిషాల (పెద్ద) ముల్లుకు ఒక గంట పడుతుంది.

సూర్యుడు తూర్పు క్షితిజంలో అదే స్థలంలో తిరిగి ఉదయించడానికి ఒక సంవత్సరం పడుతుంది. ఒక దశలోని చంద్రుడు మళ్ళీ అదే దశకు చేరుకోడానికి సుమారుగా నెలపడుతుంది. అమావాస్యకీ (లేదా పౌర్ణమికీ) అమావాస్యకీ (పౌర్ణమికీ) మధ్య సుమారుగా నెలరోజుల వ్యవధి పడుతుంది.

ఇ. చిన్న బంతి, పెద్ద బంతి, గంటలు, నిమిషాల ముల్లు ఉన్న గడియారం. స్టాప్‌వాచ్. సమయం చూపించే (డిజిటల్) గడియారం.

ఈ. ఇద్దరు వ్యక్తులు ఒకేసారి తప్పట్లు కొడతారు. సమయం యొక్క ఒకే క్షణాన్ని ఇది సూచిస్తుందని గమనించండి. ఒక వ్యక్తి తప్పట్లు కొడతాడు. కొంత సేపయిన తరువాత మరొక వ్యక్తి తప్పట్లు కొడతాడు. ఇది కాలం యొక్క వ్యవధిని సూచిస్తుందని గమనించండి. పెద్ద బంతిని కదల్చకుండా ఉంచండి. చిన్న బంతిని దాని చుట్టూ తిప్పుతూ పెద్ద బంతి చుట్టూ తిప్పండి. పిల్లలతో కూడా ఈ రకంగా చేయించవచ్చు. ఇది భూమి తన చుట్టూ తాను తిరుగుతూ సూర్యుడు చుట్టూ తిరగటానికి నమూనా అవుతుంది. ఇది రోజు, సంవత్సరం యొక్క కాలవ్యవధిని తెలియజేస్తుంది.

ఒకరోజు సూర్యుడు తూర్పున ఎక్కడ ఉదయిస్తున్నాడో గమనించండి. మళ్ళీ ఖచ్చితంగా అదే స్థలాన ఉదయించడానికి సూర్యుడికి ఒక సంవత్సరం పడుతుందనేది గమనించండి. ఒకరాత్రి చంద్రుడు ఏ దశలో ఉన్నాడో గమనించండి. మళ్ళీ అదే దశకు చేరుకోడానికి చంద్రుడికి దాదాపు నెల పడుతుందనేది గమనించండి. అమావాస్యకీ, అమావాస్యకీ మధ్య లేదా పౌర్ణమికీ పౌర్ణమికీ మధ్య కూడా దాదాపు నెల పడుతుందనేది గమనించండి.

ఒకటి నుంచి అరవై వరకు నిదానంగా లెక్కబెట్టండి. దీనికి దాదాపు 60 సెకండ్లు లేదా ఒక నిమిషం పడుతుందనేది గమనించండి. డిజిటల్ గడియారాన్ని ఉపయోగించి దీనిని పరిశీలించండి. బొమ్మ గడియారం తీసుకుని దాని ముళ్ళు 12 గంటలు, 2 గంటల ముప్పై నిమిషాలు మొదలైనవి తెలియచేసేలా పెట్టండి. పని చేసే గడియారంలో ఒక గంట తరువాత అర్ధగంట గడిచేసరికి గంటల ముల్లు గడిచిన గంటకీ రాబోయే గంటకీ మధ్యలోనూ, నిమిషాల ముల్లు 6 (30 నిమిషాలు) దగ్గర ఉంటాయనేది గమనించండి.

9.4

అ. ద్రవ్యం, ద్రవ్యమానం

ఆ. భారతదేశ ద్రవ్య విలువలు నాణాలలో (1 పైసా), (2 పైసలు), (3 పైసలు), 5 పైసలు, 10

పైసలు, 20 పైసలు, పావలా, అర్ధరూపాయి, రూపాయి, రెండు రూపాయిలు, అయిదు రూపాయిలు. కరెన్సీ కాగితాలలో ఒక రూపాయి, రెండు రూపాయిలు, 5 రూపాయలు, 10 రూపాయలు, 20 రూపాయలు, 50 రూపాయలు, 100 రూపాయలు, 500 రూపాయలు. డబ్బును వివిధ నాణాలు, కరెన్సీ కాగితాలలో చెల్లించవచ్చు. నాణాలను నిర్ధారిస్తే దాని డబ్బు విలువ నిర్ధారింపబడుతుంది. కాని డబ్బు విలువను నిర్ధారిస్తే ఏ నాణాలు, కరెన్సీ కాగితాలు అనేది తెలియదు.

నాణాల దొంతరలోని నాణాలు లెక్కబెట్టి దొంతరల ఎత్తును పోల్చటం ద్వారా నాణాలు లెక్కపెట్టవచ్చు.

ఇ. కృత్రిమ నాణాలు, నోట్లు; నాణాలు.

ఈ. రెండు రూపాయి నాణాలు ఇవ్వాలంటే ఒకే విధానం ఉంది. కానీ రెండు రూపాయలు ఇవ్వాలంటే ఎన్ని రకాలుగానైనా ఇవ్వవచ్చు :

(1) రెండు రూపాయి నాణాలు లేదా నోట్లు, (2) ఒక 1 రూపాయి నాణం లేదా నోటు మరియు రెండు అర్ధరూపాయి నాణాలు, (3) ఒక 1 రూపాయి నాణం లేదా నోటు మరియు నాలుగు పావలా నాణాలు, మొదలైనవి.

20 పావలా నాణాలను దొంతరగా పేర్చండి. దానిపక్కన అంతే ఎత్తుల్లో పావలా నాణాల మరో దొంతర పేర్చండి. రెండవ దొంతరలో కూడా 20 పావలా నాణాలు ఉన్నాయని గమనించండి.

(1) ఒక రూపాయికీ (2) అయిదు రూపాయలకూ మించకుండా కొనగల వివిధ వస్తువుల జాబితా తయారు చేయండి.

9.5

అ. పరిమాణం (Capacity), దాని కొలమానం (ద్రవ్యమానం)

ఆ. రెండు పాత్రలు ఒకే పరిమాణం కలిగి ఉంటాయి లేదా ఒకటి రెండవ దానికంటే పెద్దదై ఉంటుంది. ఒకే పరిమాణం గల రెండు పాత్రల ఎత్తు, మూతి వెడల్పులలో తేడాలు ఉండవచ్చు (conservation of capacity - పరిమాణ నిత్యత).

రెండు పాత్రలను రెండింటికీ వర్తింప చేసే కొలతతో ప్రత్యక్షంగా గానీ, పరోక్షంగాగానీ పోల్చవచ్చు; అయితే ఈ కొలత వ్యక్తికీ వ్యక్తికీ మారవచ్చు. ఏదైనా ఒక పాత్రను కొలతగా ఉంచుకుని అందరూ దానిని ఉపయోగించవచ్చు. ప్రామాణిక కొలతలు అంతటా ఆమోదం పొంది వ్యవహారాలను సౌలభ్య పరుస్తాయి.

ఇ. కొబ్బరి చిప్పలు, టీ స్పూను, కప్పులు, రకరకాల ఖాళీ సీసాలు, డబ్బాలు, బక్సెట్లు, పళ్ళాలు, పరిమాణానికి ప్రామాణిక కొలతలైన లీటరు, మిల్లీలీటరు, మొదలైనవి, నీళ్ళు, ఇసుక.

ఈ. రెండు బక్సెట్లు తీసుకోండి. ఒకదాని నిండా నీళ్ళు లేదా ఇసుక తీసుకోండి. కిందకి ఒకకకుండా దానిని రెండో దానిలోకి వంపండి. మొదటిది ఖాళీ అయ్యేసరికి రెండవది నిండిపోతే రెండు పాత్రలు సమానమని గుర్తించండి. రెండవది నిండిపోయిన తరువాత

కూడా మొదటి పాత్రలో ఇంకా మిగిలిఉంటే మొదటి పాత్ర పెద్దదని గమనించండి. మొదటి పాత్ర ఖాళీ అయినా రెండవ పాత్ర నిండకపోతే రెండవ పాత్ర పెద్దదని గమనించండి. రెండు కంటే ఎక్కువ పాత్రలను తీసుకుని వాటిని ప్రత్యక్ష పోలిక ద్వారా వాటి పరిమాణాన్ని బట్టి వరుసగా అమర్చండి. 'అ' అన్న పాత్ర 'ఆ' అన్న పాత్రకంటే పెద్దదీ, 'ఆ' అన్న పాత్ర 'ఇ' అన్న పాత్ర కంటే పెద్దదీ అయినపుడు 'అ' పాత్ర 'ఇ' అన్న పాత్రకంటే పెద్దదవుతుంది (సంక్రమణ ధర్మం).

రెండు డబ్బాల సామర్థ్యాన్ని పోల్చవలసినప్పుడు గుప్పిళ్ళు లేదా కొబ్బరి చిప్పలతో కొలిచి ఇసుక నింపండి. ఏ డబ్బాలో ఎక్కువ గుప్పిళ్ళు కొబ్బరి చిప్పలతో ఇసుక పడుతుందో ఆ డబ్బా పెద్దది. అందరి గుప్పిళ్ళు లేదా అన్ని కొబ్బరి చిప్పలు ఒకేకొలత కలిగి ఉండవని గమనించండి.

ఏదైనా ఒక కొలతను ఉదాహరణకు ఒక సిరాబుడ్డి, కూల్‌డింక్ సీసా వంటివి తీసుకుని దానితో రెండు పాత్రల సామర్థ్యాన్ని కొలవండి. (1) పాత్రను నింపి దానిని సిరా బుడ్డిలోకి వంపుతూ ఎన్ని సిరాబుడ్డలవుతుందో తెలుసుకోవచ్చు లేదా (2) సిరాబుడ్డితో పోస్తూ ఎన్ని సార్లకు నిండుతుందో గమనించడం ద్వారా.

ఎత్తు లేదా వెడల్పులలో తేడా ఉన్నప్పటికీ ఒకటే సామర్థ్యమున్న పాత్రలను కనుగొనండి. (పరిమాణ నిత్యత)

1 సెం.మీ. × 1 సెం.మీ. × 1 సెం.మీ. కొలతలు గల ఒక గుల్ల ఘనాకారపు డబ్బా లేదా అట్ట పెట్టెను తయారు చేయండి. దీని పరిమాణం ఒక మిల్లీలీటరు అని గమనించండి. 10 సెం.మీ. × 10 సెం.మీ. × 10 సెం.మీ. కొలతలు గల ఒక గుల్ల ఘనాకారపు డబ్బా లేదా అట్ట పెట్టెను తయారుచేయండి. దీని పరిమాణం ఒక లీటరుకు సమానం అని గుర్తించండి. సామర్థ్యాన్ని కొలవడానికి ప్రామాణిక కొలతలు గుర్తించండి : లీటరు, దానికంటే చిన్నవి మిల్లీలీటరు, సెంటీలీటరు, డెసిలీటరు, లీటరు కంటే పెద్దవి డెకాలీటరు, హెక్టోలీటరు, కిలో లీటరు. వాటినుపయోగించి నిత్యం వాడే పాత్రల పరిమాణాన్ని కొలవండి.

ఒక టీస్పూను అంటే 5 మిల్లీ లీటర్లకు సమానమని గుర్తించండి. ఒక రోజులో ఎన్ని నీళ్ళు, పాలు తాగుతున్నారో లెక్కగట్టండి. పూల కుండీలు, వంటపాత్రలు, డబ్బాల పరిమాణాన్ని కొలవండి.

9.6

అ. రాశి (భారం), తులామానం

ఆ. రెండు వస్తువులకు సమానమైన రాశి (భారం, బరువు) ఉండవచ్చు; లేదా ఒకటి ఎక్కువ బరువు (ఎక్కువ రాశి) కలిగి ఉండవచ్చు. ఒక రాశి గల రెండు వస్తువులు వివిధ ఆకారాలు, సైజులలో ఉండవచ్చు (రాశినిత్యత).

(ఎత్తగలిగిన) రెండు వస్తువులను అవి కిందకి లాగే శక్తినిబట్టి లేదా త్రాసును ఉపయోగించి ఒక సామాన్య కొలమానం ద్వారా పోల్చవచ్చు. ఈ సామాన్య కొలమానం అందరికీ ఒకటేలా ఉండకపోవచ్చు. ఏదో ఒక వస్తువును రాశి కొలమానానికి ఉపయోగించి దానిని స్థిరంగా ఉంచవచ్చు. రాశి కొలమానానికి అందరిచే ఆమోదింపబడే ప్రామాణిక కొలతలు

వ్యవహారాలను సౌలభ్య పరుస్తాయి.

- ఇ. బక్కిట్లు, డబ్బాలు, ఇసక, రాళ్ళు, తాళాలు, గోలీలు, ఇటుకరాళ్ళు, మేకులు, స్ప్రింగ్ తూకం, కొలబద్ద తూకం, త్రాసు, తూకంరాళ్ళు : గ్రాము, దానికంటే చిన్నవైన మిల్లీగ్రాము, సెంటీగ్రాము, డెసిగ్రాము, గ్రాము కంటే పెద్దవైన డెకాగ్రాము (పది గ్రాములు), హెక్టాగ్రాము (వంద గ్రాములు), కిలో గ్రాము (వెయ్యి గ్రాములు).
- ఈ. వేరు వేరు పరిమాణాలు గల రెండు బక్కిట్లు తీసుకోండి. వాటిల్లో కొంత భాగం ఇసకతో నింపండి. రెండింటిని రెండు చేతులతో ఎత్తండి. (అవి కిందకి లాగే శక్తినిబట్టి) ఏది బరువుగా ఉందో లేదా ఏది తేలికగా ఉందో తెలుసుకోండి. ఏది ఎక్కువగా కిందకి లాగుతుందో దానికి ఎక్కువ రాశి ఉన్నట్లు. బరువుల్లో భాగా తేడా ఉన్న రెండు కంటే ఎక్కువ రాళ్ళు తీసుకుని వాటిని వాటి రాశి ప్రకారం వరుసగా పేర్చండి. 'అ' అన్న రాయి 'ఆ' అన్న రాయికంటే బరువుగా ఉండి 'ఆ' అన్నరాయి 'ఇ' అన్న రాయి కంటే బరువుగా ఉన్నట్లయితే 'అ' అన్న రాయి 'ఇ' అన్న రాయికంటే బరువుగా ఉంటుందని చెప్పవచ్చు (సంక్రమణ ధర్మం).
రెండు రాళ్ళు, లేదా రెండు తాళాల బరువును పోల్చటానికి ఒక త్రాసు ఉపయోగించండి. రెండు రాళ్ళనూ త్రాసు యొక్క రెండు పళ్ళాల్లో ఉంచండి. ఏ పళ్ళెం కిందకి వెళుతుందో గమనించండి. ఆ పళ్ళెంలో ఉన్న రాయి బరువైనది.
ఒక రాయి లేదా ఒక తాళానికి సరితూగటానికి ఎన్ని రాళ్ళు, లేదా గోలీలు, లేదా మేకులు పడతాయో లెక్కపెట్టండి. రెండు వస్తువులను మేకులుతో సరితూచినపుడు వాటిల్లో బరువైన వస్తువుకి ఎక్కువ మేకులు పట్టాయనేది గమనించండి.
అన్నీ రాళ్ళూ ఒకే బరువుండవని గమనించండి. కానీ ఒకే లోహం, ఒకే పాడవు గల మేకులన్నీ ఒకే బరువుంటాయని గమనించండి. త్రాసు, మేకులు ఉపయోగించి ఆకారాలు వేరుగా ఉండి ఒకే బరువుగల రెండు వస్తువులను కనుగొనండి (భారనిత్యత).
భారానికి ప్రామాణిక కొలతలైన గ్రాము, దానికంటే చిన్నవైన మిల్లీగ్రాము, సెంటీగ్రాము, డెసిగ్రాము, గ్రాము కంటే పెద్దవైన డెకాగ్రాము, హెక్టాగ్రాము, కిలో గ్రాము వంటివి గుర్తించండి. మార్కెట్లలో సాధారణంగా ఉపయోగించే తూకం రాళ్ళు ఏమిటో తెలుసుకోండి. స్ప్రింగ్ బ్యాలెన్స్ ఉపయోగించి పాఠ్యపుస్తకాలు, నోటుపుస్తకాల బరువులు కనుక్కోండి. ఆఫీసు క్లిప్పు ఒక గ్రాము భారం కలిగి ఉంటుందని గమనించండి. త్రాసు యొక్క ఒక పెళ్ళెంలో వెయ్యి క్లిప్పులూ, మరొక పెళ్ళెంలో ఒక కిలో రాయి తీసుకుని రెండు పళ్ళాలు సమానంగా ఉండటాన్ని గమనించటం ద్వారా దీనిని సరిచూడండి. మీ బరువు, మీరు మోసే పుస్తకాల బరువు, మీరు ఎంత బరువు ఎత్తగలరు అన్న సమాచారాన్ని సేకరించండి.
- ఉ. ఈ దశలో మొదట అంచనాలు సరిపోతాయి. పూర్తి సమాచారం, వాటి మెరుగులు పై తరగతులలో అందిస్తారు.

9.7

అ. వైశాల్యం, దాని కొలతలు

ఆ. రెండు సమతల సంవృత ఉపరితలాలు సమానమైన చోటుని లేదా వైశాల్యాన్ని కలిగి

ఉంటాయి లేదా ఒకదాని ఉపరితలం పెద్దది (వైశాల్యం పెద్దది).

సమాన వైశాల్యం గల రెండు ఉపరితలాల ఆకారాలు భిన్నంగా ఉండవచ్చు (వైశాల్యం నిత్యత).

రెండు ఉపరితలాల వైశాల్యాన్ని ఒకదాని మీద ఒకటి పెట్టడం ద్వారా ప్రత్యక్షంగా పోల్చవచ్చు. లేదా పరోక్షంగా ఒక సామాన్య కొలతతో పోల్చవచ్చు. ఈ సామాన్య కొలత వ్యక్తికి వ్యక్తికి వేరు కావచ్చు.

ఏదైనా (ఒక టెస్టేబిలింగ్) ఆకారాన్ని వైశాల్యాన్ని కొలవటానికి సామాన్య కొలతగా ఎంపిక చేసి అందరూ దానిని పాటించవచ్చు. ప్రామాణిక కొలతలైన 'ఏర్' (are), హెక్టారు వంటి అందరూ ఆమోదించే వైశాల్యపు కొలతలు వ్యవహారాన్ని సౌలభ్యపరుస్తాయి.

సెంటీమీటరు చదరం, చదరపు సెంటీ మీటర్ల వైశాల్యం ఒకటే అయినప్పటికీ అవి వేరు. మొదటి దాని ఆకారం తెలుసు కానీ రెండవదాని ఆకారం ఎలాగైనా ఉండవచ్చు.

ఇ. ఆకులు, కాగితాలు, అగ్గిపెట్టిపై బొమ్మలు, వాడిన స్టాంపులు, కాగితపు చతురస్రాలు, చదరపు గళ్ళు గల కాగితాలు - కొన్ని పారదర్శకమైనవి కొన్ని అపారదర్శకమైనవి. వైశాల్యానికి ప్రామాణిక కొలతలు చదరపు మిల్లీమీటరు, చదరపు సెంటీమీటరు, చదరపు మీటరు, 'ఏర్' (100 చదరపు మీటర్లు), హెక్టారు (100 'ఏర్'లు లేదా 1000 చదరపు మీటర్లు), చదరపు కిలో మీటరు (100 హెక్టార్లు లేదా 10,00,000 చదరపు మీటర్లు.)

ఈ. రెండు ఆకులు తీసుకుని ఒకదానిపై ఒకటి పెట్టండి. రెండవ దానిని తన వైశాల్యంలో ఇముడ్చుకున్నదాని వైశాల్యం ఎక్కువ. ఒకవేళ అలా పట్టకుండా ఉంటే బయటకు ఉన్న దానిని కత్తిరించి మొదటి ఆకు మిగిలి ఉన్న భాగాలలో సరిపోతుందేమో చూడండి. దీనిని బట్టి ఏ ఆకుకు ఎక్కువ వైశాల్యం ఉందో తెలుసుకోవచ్చు.

బొమ్మ 9.7-1

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని అనేక రకాలుగా సగానిక విభజించవచ్చనేది గుర్తించండి. ఒక్కొక్క విధానం ద్వారా ఒక్కొక్క ఆకారం వస్తుంది. కానీ ఈ ఆకారాల వైశాల్యం మాత్రం సమానం.

బొమ్మ 9.7-2

చదరపు గళ్ళ కాగితం నుంచి ఒకే సంఖ్య చదరపు గళ్ళు ఉండేట్టు అనేక ఆకారాలను కత్తిరించండి. వీటి వైశాల్యం మాత్రం ఒకటే ఉంటుంది. మూడు ఆకులు తీసుకోండి. వాటిని వాటి విస్తీర్ణం ప్రకారం వరుసగా అమర్చండి. 'అ' అన్న ఆకు 'ఆ' అన్న ఆకుకంటే పెద్దదై, 'ఆ' అన్న ఆకు 'ఇ' అన్న ఆకు కంటే పెద్దదైతే 'అ' అన్న ఆకు 'ఇ' అన్న ఆకు కంటే పెద్దదవుతుంది సంక్రమణ ధర్మం.

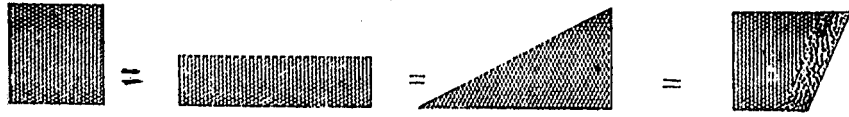
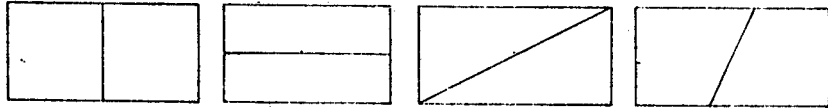
రెండు వేరు వేరు పుస్తకాల ఉపరితలాలు తీసుకోండి. అగ్గిపెట్టిపై బొమ్మలు, లేదా ఉపయోగించిన స్టాంపులు (ఒకే సైజువి) తీసుకోండి. పుస్తకాల ఉపరితలాన్ని పోల్చటానికి రెండు మార్గాలున్నాయి : (1) ఖాళీ లేకుండా పుస్తకంపై అగ్గిపెట్టి బొమ్మలు (లేదా స్టాంపులు) అమర్చి ఎన్ని పట్టాయో లెక్కపెట్టడం; (2) ఒకే అగ్గిపెట్టి బొమ్మ (లేదా స్టాంపు)

ఏ ఆకు పెద్దది?
ఏ ఆకు వైశాల్యం ఎక్కువ



బొమ్మ 9.7-1

ఒకే వైశాల్యం, వివిధ ఆకారాలు



ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క సగాలు

బొమ్మ 9.7-2

ఉపయోగించి ఎన్నిసార్లలో మొత్తం ఉపరితలం పూర్తవుతుందో లెక్కపెట్టడం, దేనికి ఎక్కువ అగ్గిపెట్టి బొమ్మలు (లేదా స్థాంపులు) పడితే దాని వైశాల్యం ఎక్కువ.

ఏవో రెండు ఆకారాలు గీయండి. చదరపు గళ్ళు గల పారదర్శక కాగితాన్ని వాటిపై పెట్టి ఒక్కొక్క దాంట్లో ఎన్ని చదరపు గళ్ళు పట్టాయో లెక్కపెట్టండి. ఏ ఆకారంలో ఎక్కువ గళ్ళు ఉంటాయో దాని వైశాల్యం పెద్దది. వైశాల్యాన్ని చదరపు గళ్ళలో చెప్పండి. ఈ చదరపు గళ్ళు చదరపు సెంటీమీటరుకు సమానమైతే వైశాల్యాన్ని చదరపు సెంటీమీటర్లలో చెప్పండి. ఒకే సైజు గల చదరపు కాగితాలు తీసుకుని వాటితో చతురస్రాలు, దీర్ఘ చతురస్రాలు తయారు చేయండి.

నిలువు వరుసలోనూ, అడ్డ వరుసలోనూ చదరపు గళ్ళు లెక్కపెట్టి వాటిని హెచ్చవేస్తే వాటి వైశాల్యం వస్తుందనేది గమనించండి. ఇంకో మాటల్లో చెప్పాలంటే ఒక చతురస్రం లేదా దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం రెండు సంఖ్యల లబ్ధం; ఒక సంఖ్య వరుసల సంఖ్యను సూచిస్తే, రెండవ సంఖ్య వరుసలోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్యను సూచిస్తుంది.

9.8

అ. ఆకారాల వైశాల్యానికి సూత్రాలు

ఆ. దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం (చదరపు యూనిట్లలో) దానిపొడవులోని యూనిట్లను, దాని వెడల్పులోని యూనిట్లతో హెచ్చవేయటం ద్వారా వస్తుంది.

$$\text{వైశాల్యం} = \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు}$$

(చదరపు యూనిట్లలో) ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం దాని భుజంలోని యూనిట్ల యొక్క వర్గము.

$$\text{వైశాల్యం} = \text{భుజం} \times \text{భుజం లేదా భుజం}^2$$

ఒక లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం (చదరపు యూనిట్లలో) లంబకోణ బాహువుల యూనిట్ల లబ్ధంలో సగం.

$$\text{వైశాల్యం} = 1/2 \times a \times b$$

ఒక త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం (చదరపు యూనిట్లలో) భూమిలో ఉన్న యూనిట్ల సంఖ్యను ఎత్తు (పై శీర్షం నుండి భూమికి గీసిన లంబం)లో ఉన్న యూనిట్ల సంఖ్యతో హెచ్చవేస్తే వచ్చే లబ్ధంలో సగం.

$$\text{వైశాల్యం} = 1/2 \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}$$

ఇ. చదరపు యూనిట్లు, వాటి భాగాలు : సగం గళ్ళు, పావుగళ్ళు, 1/3 గళ్ళు, 1/8 గళ్ళు.

ఈ. చదరపు గళ్ళతో ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని తయారు చేయండి. దీర్ఘ చతురస్రంలో ఎన్ని చదరపు గళ్ళు ఉన్నాయో అది ఆక్రమించే వైశాల్యంతో సమానం. దీర్ఘ చతురస్రంలోని వరుసల సంఖ్యనే ఒక వరుసలో ఉన్న చదరపు గళ్ళ సంఖ్యతో హెచ్చవేయడం ద్వారా ఒక దీర్ఘ చతురస్రంలోని మొత్తం చదరపు గళ్ళ సంఖ్య కనుక్కోవచ్చు. ఈ రెండు సంఖ్యల లబ్ధం దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని చదరపు యూనిట్లలో ఇస్తుంది. ఒక అడ్డ వరుసలోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య మొత్తం అడ్డ వరుసలకు సమానమని లేదా దీర్ఘ చతురస్రంలోని

వెడల్పులోని చదరపు గళ్ళకు సమానమనీ (లేదా ఒక నిలువు వరసలోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య మొత్తం నిలువు వరసలకు సమానమనీ) గమనించండి.

బొమ్మ 9.8-1

రెండు సంఖ్యల (ఒకటి పొడవులోని యూనిట్లను తెలియచేసేది, రెండవది వెడల్పులోని యూనిట్లను తెలియచేసేది) లబ్ధంగా దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని తెలియచేయవచ్చునేది గమనించండి. ఈ సంఖ్యలు సహజ సంఖ్యలని కూడా గమనించండి. ఒక దీర్ఘ చతురస్రంలో పొడవు, వెడల్పులు భిన్న సంఖ్యలైనప్పటికీ వైశాల్యం కనుగొనడానికి ఈ సూత్రం వర్తిస్తుందేమో కనుక్కోండి. ఇటువంటి దీర్ఘ చతురస్రాన్ని తయారు చేయడానికి చదరపు గళ్ళు వాటి భాగాలు ఉపయోగించండి.

బొమ్మ 9.8-2

ఇటువంటిదే ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని పై తెలిపిన బొమ్మలో చూపించాం. ఈ దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు $4\frac{1}{2}$ యూనిట్లు, వెడల్పు $2\frac{1}{4}$ యూనిట్లు. నాలుగు చదరపు గళ్ళు గల రెండు అడ్డవరసలూ, సగం చదరపు గళ్ళు రెండు, $1/4$ చదరపు గళ్ళు నాలుగూ, $1/8$ చదరపు గడి ఒకటి ఉపయోగించి ఈ దీర్ఘ చతురస్రం తయారయ్యిందనేది గమనించండి. ఈ దీర్ఘ చతురస్రం ఆక్రమించిన స్థలం మొత్తం 10 చదరపు గళ్ళు, ఒక $1/8$ చదరపు గడికీ సమానం. అయితే $10\frac{1}{8}$ అన్నది $4\frac{1}{2}$ మరియు $2\frac{1}{4}$ ల లబ్ధం అనేది గమనించండి. కాబట్టి దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని దాని పొడవులోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య (పూర్ణసంఖ్యగానీ, భిన్నంగానీ), దాని వెడల్పులోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య (పూర్ణసంఖ్యగానీ, భిన్నంగానీ) ల లబ్ధంగా చెప్పవచ్చు. ఈ సూత్రాన్ని వైశాల్యం = పొడవు \times వెడల్పుగా పేర్కొనవచ్చు.

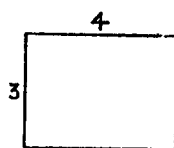
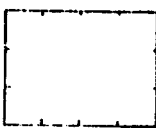
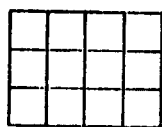
యూనిట్ గళ్ళతో చతురస్రాలను తయారు చేయండి. యూనిట్ గళ్ళు దానిలోని భాగాలను ఉపయోగించి చతురస్రాలను తయారు చేయండి. ఒక భుజంలోని గళ్ళ సంఖ్య వర్గం ద్వారా చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని లెక్కగెట్టవచ్చునేది గమనించండి. దీర్ఘ చతురస్రంలో మాదిరి యూనిట్ గళ్ళు, దాని భాగాలూ ఉపయోగించినప్పటికీ ఈ సూత్రం మారదని గమనించండి.

ఒక కాగితపు దీర్ఘ చతురస్రం తీసుకోండి. లంబకోణ త్రిభుజం ఏర్పడేట్లు దానిని సగం చేయండి. ఒక పారదర్శక చదరపు గళ్ళ కాగితాన్ని ఉపయోగించి దీర్ఘ చతురస్రంలోనూ, లంబకోణ త్రిభుజంలోనూ పట్టిన చదరపు గళ్ళను లెక్కపెట్టండి. లంబకోణ త్రిభుజంలోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య, దీర్ఘ చతురస్రంలోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్యలో సగమని గమనించండి. దీర్ఘ చతురస్రంలోని పొడవు, వెడల్పులు దానిని కర్ణం మీదుగా సగానికి కత్తిరించడం వల్ల ఏర్పడిన లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క లంబకోణం కలిగి ఉన్న బాహువులకు సమానమని గమనించండి.

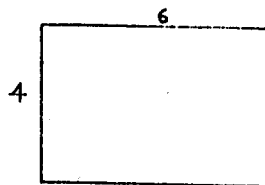
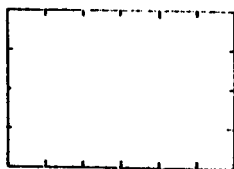
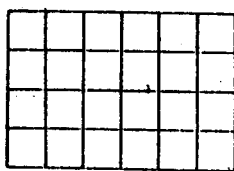
కాబట్టి లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం లంబకోణాన్ని కలిగి ఉన్న బాహువుల పొడవుల లబ్ధంలో సగం. దీని సూత్రం

$$\text{వైశాల్యం} = 1/2 \times a \times b \text{ (లంబకోణాన్ని కలిగిన బాహువులు)}$$

బొమ్మ 9.8-3



వైశాల్యం $4 \times 3 =$
12 చ॥సెం.మీ.



వైశాల్యం $6 \times 4 =$
24 చ॥ సెం.మీ.

బొమ్మ 9.8-1

$$\frac{9}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$$

వైశాల్యం $10\frac{1}{8}$ చ॥సెం.మీ.

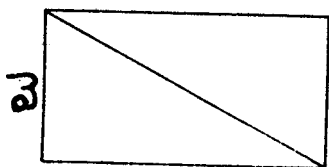
$$2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{11}{4} = \frac{77}{8} = 9\frac{5}{8}$$

వైశాల్యం $9\frac{5}{8}$ చ॥ సెం.మీ.

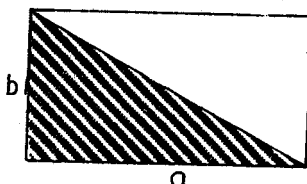
దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యానికి సూత్రం

బొమ్మ 9.8-2

త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం



పా



పా $\rightarrow a$
వె $\rightarrow b$

$$\begin{aligned} \text{లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం} &= \\ &= \frac{1}{2} \times \text{దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{పా} \times \text{వె} = \frac{1}{2} \times a \times b \\ &= \frac{1}{2} \times \text{లంబకోణాలు కలిగి ఉన్న బాహువుల లబ్ధం} \end{aligned}$$

బొమ్మ 9.8-3

ఒక దీర్ఘ చతురస్రపు కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిలో ఒక భుజాన్ని భూమిగా తీసుకోండి. దాని ఎదురుగా భుజంలో ఒక బిందువును శీర్షంగా తీసుకోండి. ఈ బిందువు నుండి భూమి యొక్క అంచులను కలపండి. ఒక లఘు (అల్ప) కోణ త్రిభుజం ఏర్పడుతుంది. ఇప్పుడు శీర్షం నుండి భూమికి లంబంగా ఒక మడత వేయండి. ఈ మడత త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు అవుతుంది. ఇప్పుడు మడత తీసి గమనించండి. పెద్ద త్రిభుజం రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలతో ఏర్పడిందనీ, ఆయా లంబకోణ త్రిభుజాలు అవి ఉన్న దీర్ఘ చతురస్రాలలో సగమనీ గమనించండి.

బొమ్మ 9.8-4

త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం రెండు లంబ కోణ త్రిభుజాల వైశాల్యంతో సమానమనీ, వాటి వైశాల్యం రెండుదీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యంలో సగానికి సమానమని గమనించండి. పూర్ణంగా ఏర్పడే భాగాలలో సగం, పూర్ణంలో సగానికి సమానమని గమనించటం ద్వారా త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యంలో సగమని గమనించండి. కాబట్టి త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యాన్ని ఈ విధంగా ఇవ్వవచ్చు.

$$\text{వైశాల్యం} = 1/2 \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు.}$$

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని తీసుకుని దాని ఒక బాహువును భూమిగా తీసుకోండి. దానికి ఎదురు వైపు అంచున తీసుకున్న శీర్షం దీర్ఘ చతురస్రం పొడవుకు వెలుపల ఉన్నట్లయితే అధిక (గురు) కోణ త్రిభుజం ఏర్పడుతుంది. పైన చెప్పినట్లే కాగితాన్ని శీర్షం దగ్గర వెడల్పు వైపున మడతపెట్టండి. భూమిని మడతపెట్టడం ద్వారా పొడిగించి దానికి కలపండి. ఎత్తు అధిక కోణ త్రిభుజం వెలుపల ఉందని గమనించండి. అధిక కోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం పెద్ద దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యంలో నుంచి చిన్న దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యాన్ని తీసివేసి సగం చేయడం ద్వారా వస్తుందని గమనించండి. కాబట్టి ఒక త్రిభుజం (అది అల్పకోణం లేదా అధిక కోణం లేదా లంబకోణం అయినప్పటికీ) యొక్క వైశాల్యానికి సూత్రం ఇలా ఇవ్వవచ్చు. $\text{వైశాల్యం} = 1/2 \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు.}$

బొమ్మ 9.8-5

లంబకోణం త్రిభుజంలో లంబకోణం కలిగి ఉన్న బాహువులలో ఒక దానిని భూమిగా తీసుకుంటే రెండవది ఎత్తు అవుతుందని గమనించండి.

బొమ్మ 9.8-6

ఉ. అనుభవం ద్వారా వైశాల్యం సుపరిచితం అయ్యేంతవరకు ఇలా చేయించాలి.

9.9

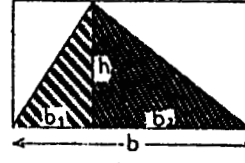
అ. ఘనపరిమాణం, దాని కొలత

ఆ. రెండు దిమ్మలు ఒకే ఘన పరిమాణం కలిగి ఉండవచ్చు, లేదా ఒకటి రెండవ దానికంటే ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగి ఉండవచ్చు. ఒకే ఘన పరిమాణం గల రెండు దిమ్మలు వేరు వేరు ఆకారాలు కలిగి ఉండవచ్చు (ఘన పరిమాణ నిత్యత).

(రెండు ఘన వస్తువుల ఘన పరిమాణాలు పోల్చాలంటే వాటిని ఒకటి తరువాత ఒకటి నీటి



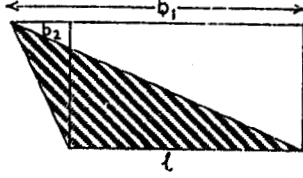
$$\begin{aligned}\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} &= 1/2 \times \text{పా} \times \text{వె} \\ &= 1/2 b_1 h + 1/2 b_2 h \\ &= 1/2 (b_1 + b_2) h = 1/2 b \times h\end{aligned}$$



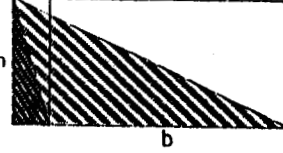
$$\begin{aligned}l &\rightarrow b = b_1 + b_2 \\ b &\rightarrow h\end{aligned}$$

లఘు (అల్ప) కోణ త్రిభుజ వైశాల్యం
= రెండు ఎంబకోణ త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తం

బొమ్మ 9.8-4



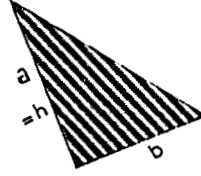
$$\begin{aligned}\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} &= 1/2 \times \text{పా} \times \text{వె} \\ &= 1/2 b_1 h - 1/2 b_2 h \\ &= 1/2 (b_1 - b_2) h = 1/2 b h\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}l &\rightarrow b = b_1 - b_2 \\ b &\rightarrow h\end{aligned}$$

గురు కోణ త్రిభుజ వైశాల్యం
= రెండు ఎంబకోణ త్రిభుజాల వైశాల్యాల తేడా

బొమ్మ 9.8-5



$$\begin{aligned}\text{ఎంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం} &= 1/2 b h \\ &= 1/2 b a \\ &= 1/2 \text{ ఎంబ కోణ బాహువుల లబ్ధం}\end{aligned}$$

బొమ్మ 9.8-6

పాత్రలో ముంచి నీటి మట్టం ఎంత పైకి లేచిందో తెలుసుకోవటం ద్వారా చేయవచ్చు - బొతికశాస్త్రం నుండి)

(ఒక గుల్ల ఘనాకారం లేదా పాత్ర యొక్క పరిమాణం దాంట్లో పట్టే దాని ఘన పరిమాణంతో సమానం) ఘనపరిమాణానికి ప్రామాణికమైన కొలతలు ఘనసెంటీమీటరు, ఘనమీటరు, ఘన కిలోమీటరు.

ఒక సెంటీమీటరు ఘనం, ఘన సెంటీమీటరు వేరు వేరు. సెంటీమీటరు ఘనం అంటే దాని ఆకారం కూడా నిర్ధారితమవుతుంది, ఘన సెంటీమీటరు అంటే ఏ ఆకారంలోనైనా ఉండవచ్చు.

ఇ. ఒకే పరిమాణం గల ఘనాలు (అంచు 3/4 అంగుళాలు), సెంటీమీటరు ఘనాలు, ఫ్లాస్టిసిన్ లేదా క్లే, 10 సెం.మీ. × 10 సెం.మీ. × 10 సెం.మీ. కొలతలు గల ఘన పాత్ర, చిన్న చిన్న రాళ్ళు.

ఈ. సెంటీమీటరు ఘనాలు తీసుకుని ఒక దిమ్మ (ఘన చతురస్రం లేదా ఘన దీర్ఘ చతురస్రం) తయారు చేయండి.

ఎన్ని దొంతరలు (పొరలు) ఉన్నాయో, ఒక్కొక్క దొంతరలో ఎన్ని అడ్డవరసలున్నాయో, ఒక్కొక్క అడ్డ వరసలో ఎన్ని సెంటీమీటరు ఘనాలు ఉన్నాయో లెక్కపెట్టండి. ఈ మూడు సంఖ్యల లబ్ధిమే ఆ దిమ్మ తయారు చేయటానికి పట్టిన సెంటీమీటర్ ఘనాల మొత్తం అని గమనించండి.

బొమ్మ 9.9-1

సెంటీమీటరు ఘనాలను కలిపివేసి మళ్ళీ వేరే ఆకారంలో దిమ్మ తయారు చేయండి.

లెక్కపెట్టకుండా కొన్ని సెంటీమీటరు ఘనాలను రెండు సార్లు తీసుకోండి. వాటితో వేరు వేరు దిమ్మలు కట్టండి. అవి ఒకే ఘన పరిమాణం కలిగి ఉండవచ్చు, లేదా ఒకటి రెండవ దాని కంటే ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగి ఉండవచ్చు.

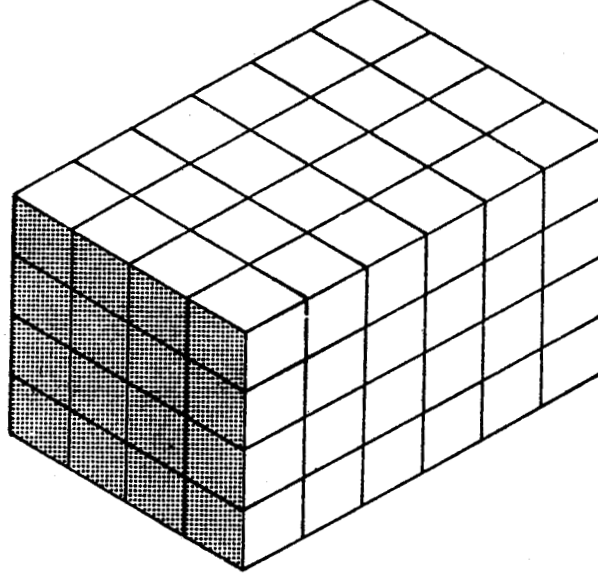
(ఒక వెడల్పు పాత్రలో సరిపడా నీళ్ళు తీసుకోండి. నీటిని పీల్చని రెండుఘన వస్తువులు తీసుకోండి. దానిని ఒకటి తరువాత ఒకటి నీళ్ళల్లో ముంచి నీటి మట్టం ఎంత పెరిగిందో గమనించండి. ఏ వస్తువు వల్ల నీటి మట్టం ఎక్కువ పెరిగిందో దాని ఘన పరిమాణం ఎక్కువ).

'అ' అన్న వస్తువు 'ఆ' అన్న వస్తువు కంటే ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగి, 'ఆ' అన్న వస్తువు 'ఇ' అన్న వస్తువు కంటే ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగి ఉంటే 'అ' అన్న వస్తువు 'ఇ' అన్న వస్తువు కంటే ఎక్కువ ఘన పరిమాణం కలిగి ఉంటుందని చెప్పవచ్చు (సంక్రమణ ధర్మం).

నీటిలో ముంచినపుడు పెరిగిన నీటి మట్టం బట్టి మూడు లేదా అంతకు ఎక్కువ నల్ల రాళ్ళను వాటి ఘన పరిమాణాన్ని బట్టి వరసగా ఉంచండి.

కొంత ఫ్లాస్టిసిన్ (లేదా క్లే) తీసుకోండి. దానితో ఏదో ఒక ఆకారంలో ఒక వస్తువు తయారు చేయండి. దాని ఆకారాన్ని అనేక రకాలుగా మార్చండి. అయితే ప్రతిసారీ దాని ఘన పరిమాణం మాత్రం అదేనని గమనించండి (ఘన పరిమాణ నిత్యత). ఒక దిమ్మను

సెంటీమీటరు ఘనాలతో దిమ్మ తయారు చేయడం



మొత్తం ఘనాల సంఖ్య = దొంతరలు (పొరలు) సంఖ్య
× వరసల సంఖ్య
× వరసలోని ఘనాల సంఖ్య

బొమ్మ 9.9-1

సెంటీమీటరు ఘనాలతో నిర్మిస్తే దాని ఘన పరిమాణం ఘన సెంటీమీటర్లలో ఉంటుంది. ఒక ఘన సెంటీమీటరు లేదా ఒక మిల్లీ లీటరులో ఎన్ని వడ్ల గింజలు, లేదా చిక్కుడు గింజలు పడతాయో లెక్కపెట్టండి.

- ఉ. ఇతర కొలతలలో మాదిరి ఘన పరిమాణం కొలతలో ఏదో ఒక, సామాన్య కొలతలు అంత ప్రాధాన్యత వహించవు.

9.10

అ. ఘనకారాల ఘన పరిమాణానికి సూత్రాలు

- ఆ. ఒక ఘన దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ఘన పరిమాణం ఘన యూనిట్లలో దాని పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల కొలతల లబ్ధం అవుతుంది. దీనిని ఇలా చెప్పవచ్చు :

$$\text{ఘనపరిమాణం} = \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} \times \text{ఎత్తు}$$

ఒక ఘన చతురస్రం యొక్క ఘన పరిమాణం దాని బాహువు కొలత యొక్క ఘన సంఖ్య.

దీనిని : ఘనపరిమాణం = $a \times a \times a$ లేదా a^3 (a = బాహువు కొలత) అని చెప్పవచ్చు.

- ఇ. అంగుళపు ఘనాలు, దాని భాగాలు : సగాలు, పావులు, మూడవ వంతులు, ఎనిమిదవ వంతులు.

- ఈ. అంగుళపు ఘనాలతో ఒక దిమ్మను కట్టండి. దిమ్మలో ఉపయోగించిన అంగుళపు ఘనాల సంఖ్య దాని పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల లోని అంగుళపు ఘనాల సంఖ్యల లబ్ధమని గుర్తించండి.

ఈ కింది విషయాలు కూడా గమనించండి. (1) దిమ్మ ఎత్తు దానిలోని దొంతరలకు సమానం, (2) వెడల్పు ఒక్కొక్క దొంతరలోని అడ్డ వరసలకు సమానం (3) పొడవు ఒక్కొక్క అడ్డవరసలోని అంగుళపు ఘనాలకు సమానం. కాబట్టి ఒక ఘన దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ఘన పరిమాణాన్ని దాని పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల యూనిట్ల లబ్ధమవుతుంది (ఇక్కడ ఈ సంఖ్యలన్నీ సహజ సంఖ్యలు).

అంగుళపు ఘనాలు, వాటి భాగాలతో ఒక దిమ్మ తయారు చేయండి. దాని కొలతలు $3\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{4}$ గా తీసుకుందాం. మొత్తం ఎన్ని అంగుళపు ఘనాలు ఉన్నాయో లెక్కపెట్టండి. ఇది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల యూనిట్ల లబ్ధం ద్వారా వచ్చే ఘన పరిమాణానికి సమానమని గుర్తించండి (ఇక్కడ ఈ సంఖ్యలన్నీ భిన్నసంఖ్యలు).

అంగుళపు ఘనాలతో తరువాత అంగుళపు ఘనాలు, వాటి భాగాలతో దొంతరల సంఖ్య, దొంతరలోని అడ్డవరసల సంఖ్య, అడ్డవరసలోని అంగుళపు ఘనాల సంఖ్య సమానంగా ఉండేట్టు వేరు వేరు దిమ్మలు కట్టండి. ఈ దిమ్మలు ఘన చతురస్రాలని గమనించండి. ఒక్కొక్క ఘన చతురస్రంలోని మొత్తం ఘనాల సంఖ్యను లెక్కపెట్టండి. దీని అంచులోని అంగుళపు ఘనాల సంఖ్య (అది సహజ సంఖ్య కావచ్చు, భిన్న సంఖ్య కావచ్చు) యొక్క ఘన సంఖ్య ద్వారా ఘన పరిమాణాన్ని తేలికగా లెక్కగట్టవచ్చని గుర్తించండి.

$$\text{ఘనపరిమాణం} = a \times a \times a \text{ లేదా } a^3$$



పారిభాషిక పదజాలం

అపక్రమభిన్నం : Improper Fraction.	ఘన సంఖ్య : Cube (of a number).
అభాజ్య సంఖ్య (ప్రధాన సంఖ్య) : Prime Number.	ఘనాకారం : Solid shape.
అనుపాతంలో : Proportionately.	చదును : Flat.
అనులోమ చరత్వం : Direct variation.	చతురస్రం, చదరం : Square.
ఆకారం : Shape.	తీసివేత (వ్యవకలనం) : Substraction.
ఉపరితలం : Surface.	తీసివేతలో కింది సంఖ్య (వ్యవకలితం) : Subtrahend.
ఎక్కాల పట్టిక : Mathematical tables.	తీసివేతలో పై సంఖ్య : Minuend.
ఏకాంశ భిన్నం : Unit fraction.	త్రిభుజం, త్రికోణం : Triangle.
అంకే : Digit.	దశాంశ భిన్నం : Decimal fraction.
అంశం : Part.	దిమ్మ : Block.
కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు.) : Least Common Multiple (LCM).	దీర్ఘ చతురస్రం : Rectangle.
కర్ణం : Diagnol.	నడిచిన దూరం తెలియ చేసే యంత్రం : Pedometre.
కాగితపు అబాకస్ : Paper Abacus.	నలుపలకల : Rectilinear.
కారణాంకం : Factor.	నిష్పత్తి : Ratio.
కూడిక (సంకలనం) : Addition.	పటచిత్రాలు : Data in pictures.
కేంద్రబిందువు : Centre (of a circle)	పట్టకం : Prism.
కోణమానిని : Protractor.	పరిపూరక : Complementary.
కోణం : Angle.	పునరావృత సంకలనం : Repeated addition.
క్రమ భిన్నం : Proper fraction.	పూర్ణం (మొత్తం) : Whole.
ఖండం : Segment.	పూర్ణ సంఖ్య : Integer.
గరిష్ట సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా.) : Highest Common Factor (HCF).	పూర్ణాంకం : Whole number.
గురుకోణం (అధికకోణం) : Obtuse angle.	పూసలచిత్రం : Abacus.
గుల్లఘనాకారం : Hollow solid shape.	ప్లాస్టిసిన్ : Plasticine.
గుణకం : Multiplier.	బహుభుజ గోపురం : Pyramid.
గుణిజం : Multiple.	బహుభుజి : Polygon.
గుణ్యం : Multiplicand.	బేసి సంఖ్య : Odd number.
గోళం : Sphere.	బోధనోపకరణాలు : Aids (for teaching).
ఘనచతురస్రం : Cube.	బంకమట్టి : Clay.
ఘనదీర్ఘ చతురస్రం : Cuboid.	భాగఫలం : Quotient.
ఘనపరిమాణం : Volume.	భాగాహారం : Division.

భాజకం (విభాజకం) : Divisor.
 భాజ్యం (విభాజ్యం) : Dividend.
 భిన్నం : Fraction.
 మధ్యమం : Mean.
 మూల : Corner.
 మూలమట్టం : Setsquare.
 రేఖా సౌష్ఠ్యం : Line of Symmetry.
 అఘుకోణం (అల్పకోణం) : Acute angle.
 లబ్ధం : Product (of two or more numbers).
 లవం : Numerator.
 లంబకోణ త్రిభుజం : Rightangle triangle.
 లంబకోణం : Right angle.
 వక్ర : Curved.
 వరసక్రమ సంఖ్య (క్రమాలకం), ఎన్నవది : Ordinal Number.
 వర్గం : Square of a number.
 విభాగిని : Divider (in a compass box).
 విలోమ చరత్వం : Inverse variation.
 విలోమం : Reciprocal.
 వైశాల్యం : Area.
 వృత్తఖండం : Sector.
 వృత్తపరిధి, చుట్టుకొలత : Circumference.
 వృత్తపాదం, వృత్తంలో చతుర్థభాగం : Quadrant.
 వృత్తాకారపు : Circular.
 వ్యాసం : Diameter.
 వ్యాసార్థం : Radius.
 శంకు : Cone.

శాతం : Percentage.
 శేషం : Remainder.
 సగటు : Average .
 సమతలాకారం : Plane Shape.
 సమద్విబాహు త్రిభుజం : Isosceles triangle.
 సమబాహు త్రిభుజం : Equilateral triangle.
 సమభిన్నం : Equivalent fraction.
 సమితి : Set.
 సరి సంఖ్య : Even number.
 సహజ సంఖ్య : Natural number.
 సామాన్య గుణిజం (సా.గు.) : Common Multiple (CM).
 సామాన్య భాజకం (సా.భా.) : Common factor (CF).
 సామాన్యభిన్నం : Simple fraction.
 సౌష్ఠ్యం : Symmetry.
 సంక్రమణ ధర్మం : Transitive property.
 సంఖ్యామానం : Numerals.
 సంఖ్యార్థం, ఎన్ని : Cardinal number.
 సంయుక్త సంఖ్య : Composite number.
 సంవృత : Enclosed.
 స్థాన విలువ : Place Value.
 స్థూపకం, స్తంభాకారం : Cylinder.
 స్థూల, వాస్తవ : Concrete.
 హారం : Denominator.
 హెచ్చవేత : Multiplication.
 క్షేత్రమితి : Mensuration.

